

AS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL, SUA RELAÇÃO COM OS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS E A APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Leila Pessoa Da Costa
Universidade Estadual de Maringá
dacosta.leila@gmail.com

Resumo:

Este minicurso tem como objetivo destacar as características do Sistema de Numeração Decimal (SND) e analisar como os procedimentos utilizados usualmente nos algoritmos das operações aritméticas elementares evidenciam ou ocultam algumas dessas características. Apresenta algumas produções de alunos dos 4^{os} e 5^{os} anos do Ensino Fundamental de duas escolas municipais situadas na região noroeste do Estado do Paraná, evidenciando que o desconhecimento dessas características geram os equívocos. Considera ainda o potencial didático do erro para a organização das ações pedagógicas, qualificando desta forma o processo de ensino. A metodologia a ser empreendida nesse minicurso é o da exposição dialogada acerca dessas características do SND e dos procedimentos utilizados, evidenciando os erros cometidos pelos alunos e sua relação com a conceptualização do SND. Corroborar a importância da compreensão global, procedimental e conceitual que envolvem os algoritmos no processo de ensino e de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Sistema de Numeração Decimal; Algoritmos das Operações Aritméticas Elementares.

1. Introdução

Aprender Matemática não é algo espontâneo apesar de uma primeira aproximação a esse objeto se dar de forma intuitiva e desencadear uma intensa atividade mental no sujeito que aprende. Assim, para ocorrer essa aprendizagem se faz necessária a organização de tarefas com vistas a provocar nos alunos conexões mentais constantes para que eles possam evoluir no aprendizado. Neste sentido, o professor desempenha um papel extremamente importante na organização de atividades que provoquem esse desenvolvimento, mas para isso, ele deve conhecer profundamente os conteúdos de ensino, o desenvolvimento dos alunos e em como articulá-los.

Segundo o documento elaborado pelo NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) denominado Princípios e Normas para a Matemática Escolar (APM, 2008, p. 34) “a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido do número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético constituem o cerne da educação Matemática para os primeiros anos do ensino básico”. Nessa perspectiva, o ensino deve habilitar os alunos a

compreenderem os números e as formas de representá-los, bem como ter clareza sobre as relações entre os números e os sistemas numéricos. As atividades de ensino devem possibilitar aos alunos a compreensão dos significados das operações e o modo como elas se relacionam entre si, bem como levar os educandos a calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis (APM, 2008).

2. Das características do sistema de numeração decimal (SND)

Compreender a estrutura decimal do sistema de numeração implica perceber que um determinado número pode ser composto e decomposto de diferentes maneiras, como por exemplo, que 36 são três dezenas e seis unidades, ou ainda, 3 dúzias. Contudo, dominar as características do nosso sistema de numeração é uma tarefa bastante complexa, que envolve uma construção social influenciada por diversos fatores, entre os quais o mundo profissional, a tradição familiar, os matemáticos, os próprios formadores de opinião pública, os formadores de professores, etc. (MATOS, 2005, p.3).

A aprendizagem do número depende da aquisição de um campo de conceitos organizados a partir de um determinado sentido e representações gráficas arbitrárias. Isso pressupõe que essa aprendizagem se faz ao longo de um caminho, não se iniciando e nem se esgotando na escola.

Essa compreensão, que pressupõe a conceituação do SND, é uma ferramenta importante na utilização das técnicas operatórias das operações aritméticas elementares. Uma das características do sistema de numeração indo-arábico é que ele utiliza apenas dez símbolos para com eles escrever qualquer número: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 0. Nogueira, Bellini e Pavanello (2013) descrevem como regras do sistema de numeração:

- 1) O sistema é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número *dez* é chamado de base do sistema;
- 2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral;
- 3) O sistema é multiplicativo, isto é, em um numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de um potência da base dez.
- 4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior (NOGUEIRA; BELLINI; PAVANELLO, 2013, P. 84-85).

XII Encontro Nacional de Educação Matemática
ISSN 2178-034X

A essas características, devemos acrescentar a questão do zero, utilizado “para indicar uma ‘posição vazia’, ou uma ‘casa vazia’ dentre os agrupamentos de dez do número

considerado” (CENTURIÓN, 1994, p. 36), e ainda, no caso dos números naturais, um zero acrescido à direita de um número o decuplica, dois zeros o centuplica, e assim por diante.

Convém ainda observar que o zero se comporta de forma diferente dependendo da operação na qual se insere, como no caso da multiplicação em que qualquer número multiplicado por ele é anulado.

Compreender essas características é necessário para que o emprego das técnicas utilizadas na resolução dos algoritmos das operações e conseqüentemente os procedimentos nela empreendidos não ocorram de forma mecânica.

3. Dos algoritmos das operações

Os algoritmos utilizados nas operações matemáticas elementares dependem de conhecimentos conceituais e conhecimentos procedimentais que o trabalho de Loureiro (2004) evidencia ao analisar os algoritmos nelas utilizados.

Os algoritmos das operações elementares variaram entre as sociedades e ao longo do tempo e, qualquer que seja o escolhido como referência para o ensino, os procedimentos envolvidos podem evidenciar ou ocultar os conceitos subjacentes à sua utilização. Para este trabalho apontaremos apenas os utilizados nos observados durante a pesquisa realizada (DA COSTA, 2015).

No caso do algoritmo da adição agrupamos e reagrupamos os elementos das parcelas preferencialmente da direita para a esquerda. Desta forma evitamos retornar ao já somado cada vez que tivermos que realizar um transporte para controlar o resultado obtido. Assim, por exemplo, o cálculo de $867 + 453$ passa pelos movimentos de agrupar e reagrupar como se segue:

Figura 1: Algoritmo da Adição com reagrupamento.

$$\begin{array}{r}
 867 \\
 + 453 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{reagrupar} \\
 \text{reagrupar} \\
 \begin{array}{r}
 867 \\
 + 453 \\
 \hline
 10
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 867 \\
 + 453 \\
 \hline
 1270
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 11 \\
 867 \\
 + 453 \\
 \hline
 1370
 \end{array}
 \end{array}$$

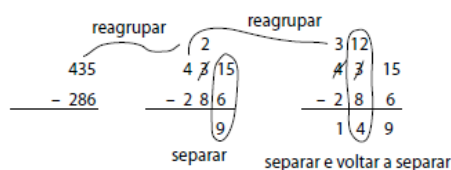
juntar
juntar
juntar

Fonte: LOUREIRO, 2004, p.24.

Nesse algoritmo é importante que o aluno considere a base do sistema e o valor posicional do número, para que possa efetuar os agrupamentos e registrá-lo de acordo com o procedimento.

Na subtração o algoritmo geralmente apresentado às crianças dos anos iniciais utiliza duas ações: separar e reagrupar. O reagrupamento precede a separação por ser preciso que, para cada ordem, se tenha um número de unidades igual ou superior ao número que se deve separar para realizar a ação (LOUREIRO, 2004, p.25):

Figura 2: Algoritmo da subtração com decomposição.



reagrupar reagrupar

$$\begin{array}{r} 435 \\ - 286 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cancel{4} 15 \\ - 286 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cancel{1} 2 15 \\ - 286 \\ \hline 1 \cancel{4} 9 \end{array}$$

separar separar e voltar a separar

Fonte: LOUREIRO, 2004, p.25.

Nesse processo não fica claro, sem o auxílio de materiais manipuláveis, os agrupamentos e reagrupamentos utilizados nesse procedimento.

O algoritmo da multiplicação observado não está presente o sentido da multiplicação (LOUREIRO, 2004, p. 25-26):

Figura 3: Algoritmo da multiplicação.

$$\begin{array}{r} 483 \\ \times 24 \\ \hline 1932 \\ 9660 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 483 \\ \times 204 \\ \hline 1932 \\ 96600 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: LOUREIRO, 2004, p.25.

No algoritmo da divisão apresentado na Figura 4, Loureiro (2004, p. 27) chama a atenção para o fato de trabalharmos o tempo todo com o dividendo e o divisor decompostos obtendo um quociente também decomposto. Nesse procedimento é possível observar a ausência de qualquer sentido numérico dos números em jogo e sequer de uma ideia inicial da ordem de grandeza do quociente:

Figura 4: Algoritmo da divisão.

$$\begin{array}{r}
 1721 \overline{)75} \\
 \underline{2} \\
 21
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1721 \overline{)75} \\
 \underline{-150} \quad 2 \\
 21
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1721 \overline{)75} \\
 \underline{-150} \quad 22 \\
 21 \\
 \underline{-150} \\
 71
 \end{array}$$

Fonte: LOUREIRO, 2004, p.27.

Nesse algoritmo é necessário se ter a ideia da ordem da grandeza do quociente, ou seja, saber estimar um resultado que consiste em se ter uma perspectiva do resultado possível para um determinado cálculo. Esse procedimento facilita não só a análise do resultado obtido em uma operação, como também a utilização de estratégias de cálculo mental, outro procedimento importante utilizado para o cálculo.

Loureiro (2004, p. 27) adverte que essa necessidade de estimar o resultado é essencial principalmente em situações mais críticas quando será necessário registrar que há zero unidade de uma determinada ordem no quociente, como acontece, por exemplo, em 20200:200.

Ambos os processos contribuem para a checagem dos resultados obtidos e consequentemente com a compreensão global da operação.

4. Dos erros cometidos pelos alunos

O erro nesse trabalho é compreendido como resultado de uma ação mental ou física empreendida pelo aluno na resolução de uma proposição e evidenciam os obstáculos relacionados aos conceitos, presente na resolução empreendida.

Na produção de alunos dos 4^{os} e 5^{os} anos do Ensino Fundamental de duas escolas municipais situadas na região noroeste do Estado do Paraná, vários erros foram observados na execução dos algoritmos e por uma questão de espaço, elegeremos apenas um deles referente a cada uma das operações aritméticas fundamentais:

4.1 Adição

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \\ 5 \\ \hline \end{array}$$

Figura 5: Resolução do algoritmo da adição.

Nesse caso, observa-se que ao ‘montar a conta’, ou seja, colocar os números verticalmente, o aluno não obedece a base do sistema e a ordem do número, evidenciando o equívoco quanto ao seu valor posicional.

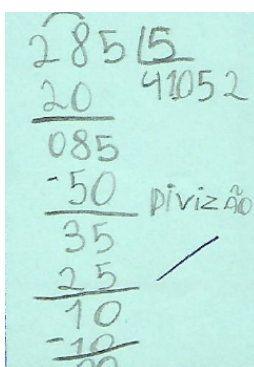
4.2 Subtração

$$\begin{array}{r} 5 \quad 1 \\ 2 \quad 5 \quad - \\ \hline 3 \quad 4 \end{array}$$

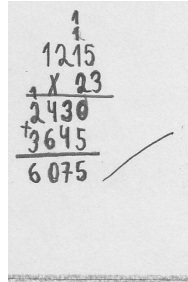
Figura 7: Resolução do algoritmo da subtração.

Nessa produção, o aluno subtraiu o minuendo do subtraendo, desconsiderou a base do sistema e a possibilidade do ‘empréstimo’ (desagrupamento) a uma ordem superior.

4.3 Divisão



4.4 Multiplicação


$$\begin{array}{r} 1 \\ 1215 \\ \times 23 \\ \hline 3645 \\ 2430 \\ \hline 6075 \end{array}$$

Nesse procedimento o aluno inicia o algoritmo da multiplicação pela dezena, ao invés de pela unidade, desconsiderando a base do sistema e o valor posicional do número.

Dos casos observados percebe-se que os erros são decorrentes da ênfase dada ao procedimento algorítmico em detrimento da conceptualização do SND. Aliam-se a esses dois aspectos, a ausência de um trabalho de compreensão global da operação que está sendo realizada, no qual a estimativa e o cálculo mental desempenham um papel importante.

5. Considerações Finais

Do que observamos até aqui fica claro que, o procedimento algorítmico tanto evidencia como oculta simultaneamente algumas das características do sistema de numeração e apesar de mostrarmos apenas os utilizados habitualmente, o mesmo ocorre com as demais possibilidades.

Embora nem todas as possibilidades algorítmicas deem conta de explicitar essas características, acreditamos que compete ao professor conhecê-las, para, quando necessário, ter instrumentos para analisar os erros na produção dos alunos e buscar alternativas para intervir no sentido de superá-las.

A análise evidenciou que realizar as operações aritméticas elementares é ir além da resolução correta do algoritmo numa sequência de passos ordenados, ao contrário, implica em compreender os procedimentos utilizados com base nas características do SND e ainda de forma mais global o que significa a operação em questão, para que o processo de checagem, seja pela utilização do cálculo mental ou da estimativa, seja utilizado.

Assim considerado, o mini curso a ser desenvolvido tem como metodologia a exposição dialogada e como objetivo destacar as características do SND e sua relação com os

procedimentos usualmente utilizados no ensino para a resolução dos algoritmos das operações aritméticas elementares. Serão apresentados os erros evidenciados em algumas produções dos alunos buscando identificar quais as características que precisam ser aprofundadas, seja a partir de jogos ou mesmo da apresentação de outros procedimentos algoritmos que evidenciem algumas as características da base do sistema decimal.

6. Referências

APM – Associação de Professores de Matemática. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Trad. Dos Principles and Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000. Lisboa: APM, 2007.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia da Matemática**: Números e Operações. São Paulo: Scipione, 1994.

DA COSTA, Leila Pessôa. Números e operações: as contribuições de um processo de reflexão sobre a prática docente com professoras dos 4^{os} e 5^{os} anos do ensino fundamental. Maringá, 2015. 286p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2015. [Orientadora: Profa. Dra. Regina Maria Pavanello].

LOUREIRO, Cristina. Em defesa da utilização da calculadora: Algoritmos com sentido numérico. **Educação e Matemática**, nº 77, pp. 22-29. APM, Lisboa, 2004.

MATOS, João Filipe. **Matemática, educação e desenvolvimento social**: questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. 2005. Disponível em: < www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicacoes/jfm_seminario_pa.pdf>. Acesso em: 22 out 2014.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; BELLINI, Marta; PAVANELLO, Regina Maria. **O ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.