

UM ESTUDO SOBRE O ÍNDICE DE POLUIÇÃO NO AR “SÃO PAULO X PEQUIM” POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Vitória Moraes Zonfrilli
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
vitoria_zonfrilli@hotmail.com

Amanda Barretos Lima Garuth
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
amandabarretos@outlook.com

Mirian Maria Andrade
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
andrade.mirian@gmail.com

Resumo:

Este trabalho foi desenvolvido por meio da Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, como um dos trabalhos de uma disciplina do curso de licenciatura em Matemática. Escolhemos como tema do nosso projeto de Modelagem: o índice de poluição do ar. A finalidade deste projeto foi verificar quando, possivelmente, a concentração de MP 2,5 em São Paulo chegará aos níveis de Pequim (ou aos níveis aceitáveis da OMS – $10 \mu\text{g}/\text{m}^3$). Os resultados previstos foram obtidos considerando dados dos anos de 2006 a 2014. Em especial, o processo de familiarização deste projeto permitiu, além de reflexões sobre questões matemáticas, considerações em torno da postura docente, em relação as diversas possibilidades de se trabalhar em sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Previsão; Concentração de MP 2,5; “São Paulo x Pequim”.

1. Introdução

Este trabalho foi realizado na disciplina de Modelagem Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procópio. Os estudos teóricos realizados na disciplina, nos permitiram entender que o uso da Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da matemática pode ser feito através da associação dos conteúdos trabalhados em sala de aula com a realidade vivenciada pelo aluno, isto é, ir além das questões matemáticas, propostas em sala, e levar o estudante a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado.

Podemos afirmar, também, que o trabalho com a Modelagem tem, entre outros objetivos, criar condições de aprendizado para os alunos, onde eles mesmos podem elaborar o seu modelo. Desta forma, este processo pode despertar maior interesse nos alunos em participar e em investigar por meio da matemática.

Um dos momentos mais interessantes e importantes para o desenvolvimento do projeto de Modelagem, de acordo com a nossa experiência, é a escolha de um tema para ser trabalhado. Disso, dispara a interação com o tema para o planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelo grupo, a matematização e a validação do modelo.

Levando todos esses pontos em consideração, iniciou-se o projeto de Modelagem Matemática. O processo de desenvolvimento do trabalho na disciplina, em sala de aula, e posteriores, levou em consideração algumas etapas sugeridas para este processo: Interação – reconhecimento da situação-problema e familiarização; Matematização - formulação e resolução do problema; validação (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

2. Justificativa para escolha do tema

Segundo o relatório “Perspectivas Ambientais para 2050: as Consequências da Inação, pela OECD - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico”, publicado em 2012, problemas como a poluição do ar, o abastecimento de água insalubre, a falta de saneamento e a contaminação por produtos químicos perigosos tem evoluído com o passar dos anos e, conseqüentemente, exercem pressões significativas sobre a saúde humana. (VORMITTAG et al., 2013 apud OECD, 2011).

Em relação à poluição atmosférica presente no relatório, dados apontam que se não houver implementação de novas medidas ou políticas, conseqüentemente a qualidade do ar continuará a se deteriorar, e por volta de 2050, a poluição por material particulado (MP) e ozônio será a principal causa de morte relacionada ao meio ambiente, excluindo doenças crônicas não evitáveis e superando as mortes por malária, poluição *indoor*, consumo de água insalubre e falta saneamento básico (VORMITTAG et al., 2013 apud OECD, 2011).

Com o intuito de ressaltar como a poluição do ar interfere na saúde humana, Bell et al. (2005) mostraram que se houvesse a redução de 10% de poluentes entre 2000 e 2020, na cidade de São Paulo, acarretaria a redução de 114 mil mortes, 138 mil visitas de crianças e jovens a consultórios, 103 mil visitas a Prontos-Socorros por doenças respiratórias, 817 mil ataques de asma, 50 mil casos de bronquite aguda e crônica e evitaria 7 milhões de dias restritivos de atividades e 2,5 milhões de absenteísmo em trabalho.

Dessa forma, diante dessas informações, houve grande instigação e motivação para pesquisar e aprofundar sobre este tema, uma vez que, este está diretamente ligado à vida cotidiana e sugere uma catástrofe ambiental.

3. Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática: escolha do tema, familiarização e modelo matemático

Após inúmeras pesquisas em torno de possíveis temas para ser desenvolvido no projeto, deu-se início a busca de dados para a elaboração do modelo matemático. Cada integrante do grupo ficou responsável por realizar pesquisas individuais e, em seguida, foram realizados diversos encontros para discussão dos dados obtidos e quais possíveis modelos estes poderiam disparar. A ideia de previsão surgiu por meio das pesquisas individuais e das discussões.

O MP (Material Particulado) é um dos principais agentes de poluição do ar que agravam diversas doenças no ser humano, pois podem penetrar profundamente nos pulmões. Denominam-se MP_{2,5} as partículas inaláveis finas, menores ou iguais a $2,5\mu\text{m}$ que atingem as vias respiratórias inferiores e alcançam os alvéolos. Essas partículas, geralmente, são emitidas pela combustão de fontes móveis e estacionárias, como automóveis, incineradores, termoelétricas, fogões a gás e tabaco. Em relação às principais fontes para liberação de MP, existem dados indicando que, em 2011, as emissões de MP deram-se pelos seguintes tipos de fonte: 1,4% - veículos leves, 38,6% - veículos pesados, 10,0% - processo industrial, 25% - ressuspensão, 25% - aerossol secundário (VORMITTAG et al., 2013).

A OMS (Organização Mundial da Saúde) aponta que a concentração anual das partículas MP_{2,5} na atmosfera deve ser de no máximo 10 microgramas por metro cúbico ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) para não oferecer riscos à saúde. No entanto, encontramos informações que indicam que na cidade de São Paulo a concentração anual dessas partículas varia de 19 a $25\mu\text{g}/\text{m}^3$ e que na cidade de Pequim existe uma concentração anual de aproximadamente $56\mu\text{g}/\text{m}^3$. A escolha da cidade de São Paulo para ser analisada, leva em conta o fato de que ela é o grande centro populacional brasileiro e é famosa pelo alto índice de poluição do ar.

Para a busca dos dados da cidade de Beijing (Pequim) foram usados os documentos oficiais da OMS de 2014, pela dificuldade em encontrar documentos diretamente dos órgãos

ambientais da China. E para a busca de dados da cidade de São Paulo, utilizamos os relatórios de qualidade do ar disponibilizados pela Cia. Tecnologia de Saneamento Ambiental da Secretária do Estado de São Paulo – CETESB.

Modelo Matemático

Segundo Vormittag et al. (2013), a concentração de MP2,5 na cidade de São Paulo nos anos de 2000 até 2006 são apresentados na Tabela 1, a seguir:

Ano	Concentração de MP2,5
2006	23,36 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2007	24,68 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2008	23,11 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2009	20,02 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2010	21,37 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2011	22,17 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Tabela 1 - Médias Aritméticas Anuais de MP2,5 na cidade de São Paulo

Para obtenção de dados mais recentes, recorreremos aos relatórios anuais da CETESB (CETESB, 2013; CETESB, 2015), entre as Estações de Monitoramento que se localizam dentro da cidade de São Paulo, negligenciando os dados das estações que estão na região metropolitana de São Paulo e outras cidades. E, partir desses dados, foram calculadas as médias aritméticas anuais. Tais dados se encontram na Tabela 2 abaixo:

Ano	2012	2013	2014
Estações de Monitoramento	Média Aritmética Anual ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)		
Cerqueira César	20	17	17
Ibirapuera	14	10	13
Pinheiros	20	18	21
Congonhas	20	20	23
IPEN-USP	19	15	15
Marginal Tietê	34	27	26
Média	21,17	17,83	19,17

Tabela 2 - Médias Aritméticas Anuais de MP2,5 nas Estações de Monitoramento localizadas na cidade de São Paulo

As Estações de Monitoramento de Pinheiros, Congonhas, IPEN-USP e Marginal Tietê utilizam rede automática de captação das partículas MP2,5, enquanto que as Estações de

Monitoramento de Cerqueira César e Ibirapuera utilizam rede manual. O número de dias em que são realizadas as observações é maior quando se utiliza a rede automática, pelo que foi observado nos relatórios anuais da CETESB. Juntando os dados das últimas duas tabelas, foi possível elaborar a Tabela 3 com as concentrações de MP2,5 na cidade de São Paulo entre os anos de 2006 e 2014:

Ano	Concentração de MP2,5
2006	23,36 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2007	24,68 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2008	23,11 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2009	20,02 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2010	21,37 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2011	22,17 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2012	21,17 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2013	17,83 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2014	19,17 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Tabela 3 - Médias Aritméticas Anuais de MP2,5 na cidade de São Paulo

Para facilitar no ajuste de função com esses dados, mudamos o domínio, sendo o ponto 1 igual ao ano de 2006, o ponto 2 igual ao ano de 2007, etc. Inicialmente, para encontrar uma função que conservasse o comportamento dos dados e ao mesmo previsse o futuro desse comportamento, foi utilizado o Software Geogebra. Depois de plotado os pontos, utilizamos o método dos Mínimos Quadrados para o ajuste de curva em conjunto de controles deslizantes. Dessa forma, obtemos a seguinte função:

$$f(x) = y = -0,6x - 1,55 \text{sen}(1,65x + 1) + 24,3$$

O ajuste de curva encontrado é representado na Figura 1 a seguir.

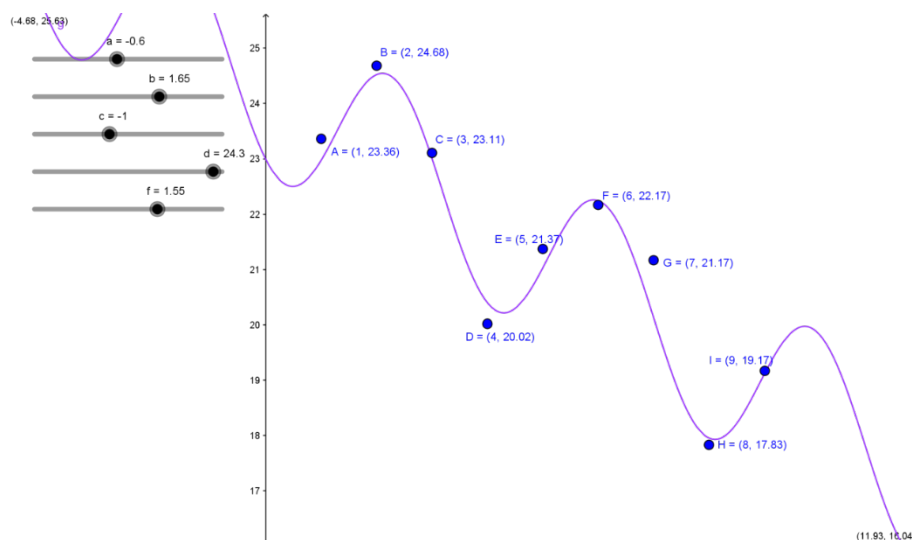


Figura 1 - Janela de visualização da função encontrada no Geogebra

Desse modo, utilizando a função modelo encontrada, os valores obtidos das concentrações de MP2,5 são sintetizados na Tabela 4 a seguir:

Ano	Concentração de MP2,5
2006	22,97 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2007	24,52 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2008	23,01 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2009	20,40 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2010	21,03 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2011	22,24 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2012	20,12 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2013	17,95 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
2014	19,12 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Tabela 4 -Valores encontrados utilizando a função modelo

Para validar o modelo encontrado foi utilizado o teste de aderência do Qui-Quadrado, simbolizado por χ^2 . É um teste de hipóteses que se destina, a priori, a encontrar um valor da dispersão para duas variáveis. O princípio básico deste método é comparar proporções, isto é, as possíveis divergências entre as frequências observadas e esperadas para certo evento.

Evidentemente, pode-se dizer que dois grupos se comportam de forma semelhante se as diferenças entre as frequências observadas e as esperadas em cada categoria forem muito pequenas, próximas à zero.

Então, assumindo como Hipótese Inicial H_0 : “A função está bem ajustada”, para decidir se é possível continuar com essa hipótese ou rejeitá-la, utiliza-se o teste do χ^2 . Se χ^2 calculado $\geq \chi^2$ tabelado: Rejeita-se H_0 . Se χ^2 calculado $< \chi^2$ tabelado: Aceita-se H_0 . O χ^2 pode ser calculado fazendo:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

No nosso trabalho, os valores de O_i são os valores das concentrações de MP2,5 expressos na Tabela 3 e os valores de E_i são os valores encontrados na Tabela 4. Com o auxílio do Software R, calculamos o χ^2 e encontramos o valor de $\chi^2 = 0,07617181$. O valor do χ^2 tabelado é $\chi^2 = 15,507$. Então, ao nível de 0,05 de significância (erro admitido) ou 95% de confiança, não existem evidências para rejeitar H_0 . Logo, a função está bem ajustada.

Buscando manter o comportamento dos dados, validamos a função para garantir uma previsão adequada. Como o objetivo do trabalho era verificar quando (e se) o índice de poluição da cidade de São Paulo chegaria aos índices de poluição da cidade de Pequim, ou aos índices aceitáveis da OMS (Organização Mundial da Saúde), observamos à esta previsão na Figura 2 abaixo:

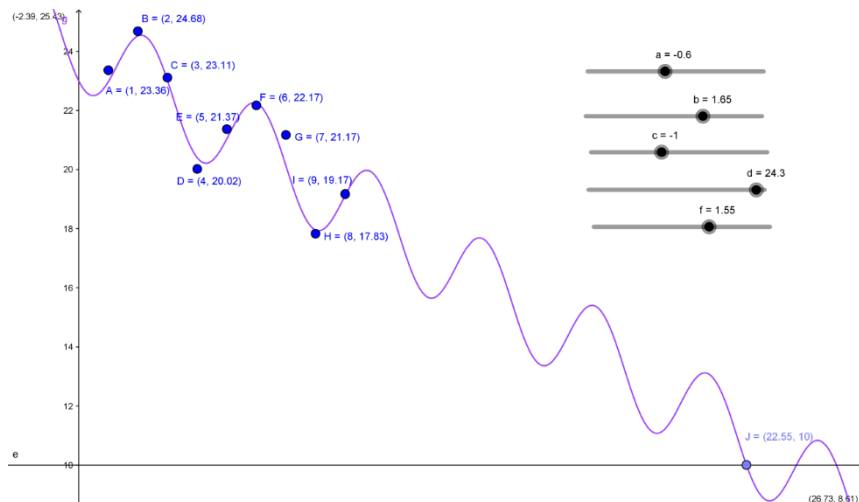


Figura 2 - Janela de visualização da função modelo com o ponto de interseção com a reta $y = 10$

O ponto de interseção com a reta $y = 10$, que representa o índice aceitável de concentração de MP_{2,5} pela OMS, é no ano 22. Portanto, a concentração de MP_{2,5} na cidade de São não chegará aos níveis de Pequim, mas sim aos níveis aceitáveis da OMS em 2027.

Sabendo que esse projeto não almeja ambições maiores, esta previsão não pode ser considerada como verdade absoluta. Claramente, se houver políticas de conscientização para reduzir a poluição no ar (ou leis que limitam a emissão de gases poluentes, etc.) nos próximos anos, a estimativa original tende a diminuir.

4. Considerações sobre o projeto

Quando foi proposto o trabalho de Modelagem Matemática, tivemos algumas dificuldades quanto à escolha do tema, vários temas foram abordados, mas devido à falta de informações não era possível encontrar um modelo matemático que se adequasse.

Este trabalho se mostrou muito satisfatório, uma vez que, foi possível modelar uma função bem ajustada a partir de dados atuais e esta foi capaz de fazer uma previsão estimada

para daqui alguns anos. Ele nos ofereceu muito além de aprendizado matemático: gerou um processo de reflexões acerca do modelo criado e da temática abordada e contribuiu, também, para a nossa formação inicial, sobretudo no que se refere ao estudo teórico e prático da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

5. Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BELL, M. L. et al. **The avoidable health effects of air pollution in three Latin American cities**: Santiago, São Paulo, and Mexico City. *Environmental Research*, v. 100, n. 2006, p. 431 - 440, 2005.

CETESB - Companhia Ambiental do Estado de São Paulo. **Qualidade do ar no Estado de São Paulo 2012**. São Paulo: CETESB, 2013.

CETESB - Companhia Ambiental do Estado de São Paulo. **Qualidade do ar no Estado de São Paulo 2014**. São Paulo: CETESB, 2015.

OECD - Organization for Economic Co-operation and Development. **OECD Environmental Outlook to 2050: The Consequences of Inaction**. OECD, 2011.

VORMITTAG, E. et al. **Pesquisa Avaliação do Impacto da Poluição Atmosférica no Estado de São Paulo sob a Visão da Saúde**. Instituto Saúde e Sustentabilidade, 2013. Disponível em: < <http://www.saudeesustentabilidade.org.br/index.php/publicacoes/> > Acesso pela última vez em 09 nov 2015.