

REFLEXÕES SOBRE A ABORDAGEM DO CONCEITO DE HIPÉRBOLE NO ENSINO MÉDIO

Nayara Katherine Duarte Pinto
Universidade Federal de Minas Gerais
nayarakatherine@hotmail.com

Mariana Lima Vilela
Universidade Federal de Minas Gerais
marianalimadiv@hotmail.com

Fernanda Godoy dos Santos
Universidade Federal de Minas Gerais
fernandagodoy.mat@gmail.com

Nora Olinda Cabrera Zúñiga
Colégio Técnico da Universidade Federal de Minas Gerais
nocz@ufmg.br

Resumo:

Este trabalho, tem como objetivo, relatar a experiência de três das autoras, licenciandas em Matemática, durante estágio docente, realizado no último trimestre escolar de 2015, em turmas do terceiro ano do Colégio Técnico da Universidade Federal de Minas Gerais. Essa experiência consistiu na preparação e execução de uma aula expositiva dialogada, para introduzir o conceito de hipérbole no ensino médio, utilizando material manipulável. As licenciandas refletem sobre os conhecimentos adquiridos no ensino médio e nas disciplinas “Geometria Analítica e Álgebra Linear” e “Análise da Prática Pedagógica Estágio II” da graduação, que auxiliaram no decorrer da experiência. Este relato é fruto da reflexão das autoras a respeito do ensino-aprendizagem de Geometria Analítica no ensino médio, mais especificamente, das cônicas. As autoras dão atenção especial ao período de estágio docente no Colégio e tecem comentários relacionados à experiência, ao aprendizado profissional e à importância de se repensar o ensino-aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: conceito de hipérbole; material manipulável; ensino de cônicas; ensino médio; formação de professores.

1. Introdução

Neste texto, almeja-se compartilhar com o leitor uma experiência de alunas da graduação em Matemática na preparação e execução de uma aula expositiva dialogada para introduzir o conceito de hipérbole no ensino médio, utilizando material manipulável. Pretende-se, com este relato, proporcionar uma reflexão sobre a necessidade de repensar a adequação do ensino de conteúdos matemáticos para a educação básica.

A

experiência foi desenvolvida no Colégio Técnico da Universidade Federal de Minas Gerais (Coltec), com a professora Nora Olinda Cabrera Zúñiga, em turmas do terceiro ano do ensino médio. Essas atividades fizeram parte do estágio de observação e prática da disciplina “Análise da Prática Pedagógica Estágio II”, ministrada pela professora Teresinha Fumi Kawasaki e sua estagiária Niusarte Virgínia Pinheiro, oferecida no segundo semestre de 2015. A disciplina é obrigatória no curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

O presente relato está organizado em quatro partes. A primeira parte consiste no resgate dos conhecimentos e lembranças das licenciandas relacionadas ao ensino-aprendizagem de Geometria Analítica, no tempo em que eram alunas do ensino médio. A segunda parte consiste na descrição baseada nas lembranças do ensino-aprendizagem de Geometria Analítica das autoras durante a graduação e pela experiência do estágio de observação e prática. Na terceira parte, destacam-se as discussões e reflexões que contribuíram para a proposta e preparação da aula. Na sequência, apresenta-se o roteiro para introduzir o conceito de hipérbole no ensino médio. Finaliza-se com a tentativa de relacionar a experiência relatada a algumas considerações sobre os tipos de conhecimentos do professor, presentes no trabalho de Shulman (1986).

2. Ensino Médio

Apresentamos a seguir alguns comentários e lembranças iniciais, do tempo do ensino médio, pelas licenciandas Nayara, Mariana e Fernanda, com o intuito de auxiliar na contextualização e compreensão dessa experiência individual e conjunta de refletir sobre a abordagem do conceito de hipérbole no ensino médio.

Nayara:

“Minha formação básica foi exclusivamente no ensino público, na cidade de Sabará, Minas Gerais. Até o 2º ano do ensino médio estudei em uma escola estadual no distrito de Ravena. Entretanto, conclui meu ensino médio no ano de 2008, em outra escola estadual na regional central de Sabará. Não tenho lembranças de ter estudado conteúdos de Geometria Analítica. O livro didático era usado poucas vezes para dar suporte com exercícios, sendo predominantes aulas expositivas nas duas instituições.”

Mariana:

“Realizei todo o ensino médio em uma escola estadual localizada na cidade de Divinópolis, Minas Gerais. No meu terceiro ano, cursado no ano de 2010, os conteúdos abordados foram: Geometria Analítica, Estatística, Matemática Financeira, Números Complexos, Polinômios e uma breve revisão de conteúdos do ensino médio para uma avaliação do Governo, o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE). Dentro da Geometria Analítica, foram estudados conteúdos como: plano cartesiano, ponto, reta e circunferência. Entretanto, conhecimentos sobre elipse, parábola e hipérbole não nos foram apresentados. As aulas eram expositivas e o uso do livro didático se restringia à resolução de exercícios.”

Fernanda:

“Fiz o ensino médio em uma escola de rede particular em Belo Horizonte. Aprendi a maioria dos conteúdos matemáticos do ensino médio de maneira expositiva. Em particular, conteúdos de Geometria Analítica, tais como: distância entre dois pontos, ou entre ponto e reta, circunferência e cônicas, tais conteúdos me foram ensinados por meio de aplicação de fórmulas prontas e resolução de exercícios. Meu único contato com Geometria Analítica, no ensino médio, foi no primeiro semestre do ano de 2010, quando cursava o terceiro ano.”

A partir dos breves relatos acima, no nosso tempo de alunas do ensino médio, quando tivemos aulas de Geometria Analítica, essas aulas incluíram ou não o estudo das cônicas ou apenas consistiram na aplicação direta de fórmulas, sem cuidado com a compreensão dos conceitos.

3. Graduação

No primeiro semestre de 2011, ingressamos no curso em graduação de Matemática da UFMG. Uma das disciplinas ofertadas foi “Geometria Analítica e Álgebra Linear”, em que tivemos o primeiro contato com o conteúdo de cônicas na universidade.

Segundo nossas lembranças e notas de aula, a hipérbole foi apresentada pelo professor mediante a definição matemática “Uma hipérbole é o conjunto dos pontos P do plano tais que o módulo da diferença entre as distâncias de P a dois pontos fixos (chamados focos) é $2a$, ou seja, $|\text{dist}(P, F_1) - \text{dist}(P, F_2)| = 2a$ ”. Em seguida, foi exposto um exemplo para o esboço de uma hipérbole, em que, dada sua equação, pedia-se para encontrar os focos e as assíntotas.

Para essa disciplina, foram sugeridos exercícios do livro texto “Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear” do autor Reginaldo J. Santos. No mesmo, o assunto “Hipérbole” é abordado como segue abaixo na Figura 1:

Definição 6.5. A **hipérbole** é o conjunto dos pontos P no plano tais que o módulo da diferença entre as distâncias de P a dois pontos fixos F_1 e F_2 (**focos**) é constante, ou seja, se $\text{dist}(F_1, F_2) = 2c$, então a hipérbole é o conjunto dos pontos P tais que

$$|\text{dist}(P, F_1) - \text{dist}(P, F_2)| = 2a,$$

em que $a < c$.

Podemos desenhar uma parte de um ramo de uma hipérbole da seguinte forma. Fixamos uma extremidade de uma régua em um dos focos, fixamos uma extremidade de um barbante (de comprimento igual ao comprimento da régua menos $2a$) na outra ponta da régua e a outra extremidade do barbante no outro foco. Esticamos o barbante com uma caneta de forma que ela fique encostada na régua. Girando-se a régua em torno do foco no qual ela foi fixada, mantendo o barbante esticado com a caneta encostada na régua, uma parte de um ramo da hipérbole será traçada (Figura 6.9).

Figura 1: Livro “Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear”, Reginaldo J. Santos. Página 214

Recordamos que o professor incentivava a complementação dos estudos pelo livro texto e de ele ter esboçado uma hipérbole no quadro. Entretanto, não lembramos de termos explorado, em conjunto com o professor, a sugestão do autor do livro para o esboço da hipérbole.

4. Colégio Técnico da UFMG (Coltec)

Cursamos, no segundo semestre de 2015, a disciplina obrigatória “Análise da Prática Pedagógica Estágio II”, ministrada pela professora Teresinha Fumi Kawasaki e ofertada para o curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais. Nessa disciplina, tivemos a oportunidade de realizarmos o estágio de observação e prática no Colégio Técnico da UFMG, no qual acompanhamos a professora Nora Olinda Cabrera Zúñiga em duas turmas do 3º ano do ensino médio.

Fizemos o estágio de observação durante um período aproximado de três meses. E nesse tempo, notamos que as metodologias mais utilizadas incluíam resolução de problemas, aulas expositivas dialogadas, trabalhos em grupo e discussões. Os alunos participavam, eram interessados e comprometidos, contribuíaam ativamente nas aulas, ao fazer indagações e observações que levavam a resultados satisfatórios.

Observamos que a professora Nora enfatizava a compreensão dos conceitos pelos alunos e, sempre que possível, a construção do raciocínio matemático envolvido, não

mostrando apenas

os resultados previamente definidos. Os próprios alunos requeriam esse entendimento conceitual no cotidiano das aulas, sendo essa uma característica da relação alunos-professora estabelecida. Essa relação dava-se de forma respeitosa; percebemos grande sintonia e expectativas supridas entre ambas as partes.

5. Proposta e preparação da aula

Após o período de observação, partimos para a prática. Nesse momento, nossa supervisora de estágio, Nora, nos sugeriu que a aula a ser planejada abordasse um dos conteúdos de Geometria Analítica, a hipérbole. No decorrer da nossa convivência com ela, percebemos a sua grande experiência didática e domínio do conteúdo. A mesma demonstrou ampla confiança em nosso trabalho para desenvolver a aula.

A coleção de livros didáticos adotada na escola era “Matemática Ensino Médio” das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz. A professora Nora indicou que fizéssemos uma leitura, do volume 3, 8ª edição, do assunto de hipérbole. Apresentamos na Figura 2, como as autoras abordam o conteúdo e a Figura 3 apresenta definição de hipérbole. Segue:

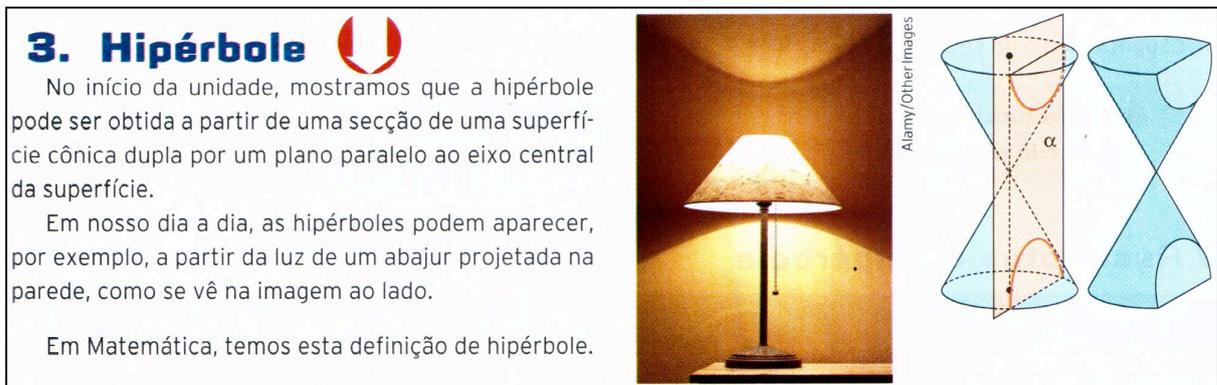


Figura 2: Livro “Matemática Ensino Médio 3”, de Kátia Smole e Maria Diniz. Página 131

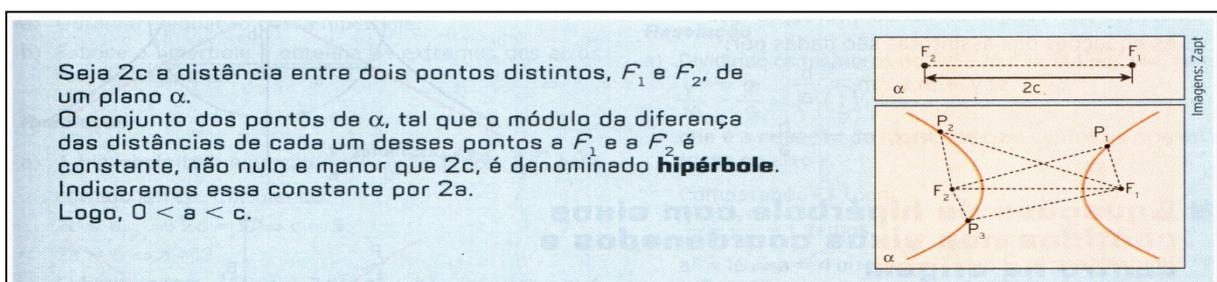


Figura 3: Livro “Matemática Ensino Médio 3”, de Kátia Smole e Maria Diniz. Página 115

Tendo

em vista o nosso conhecimento de hipérbole na graduação, ao explorarmos o livro didático, percebemos que a abordagem proposta para o ensino médio era muito parecida com a que nos foi apresentada na graduação. No sentido de que ambas as abordagens apresentam a definição de hipérbole sem muita preocupação em ilustrar o conceito de maneira menos formalizada.

Levando em consideração o perfil participativo e indagador dos alunos a quem o conteúdo seria apresentado, percebemos que era necessária alguma modificação ou complementação na abordagem adotada pelo livro texto usado na escola. A forma como o livro apresentava a hipérbole, não era satisfatória do ponto de vista da compreensão do conceito de hipérbole para alunos do ensino médio, sendo apresentado como uma definição em linguagem matemática formal.

Após observações e a partir de discussões e orientações com a professora Nora, nós, alunas do curso de graduação de licenciatura em Matemática, elaboramos um plano de aula. O objetivo era introduzir, no ensino médio, o conceito de hipérbole por meio de uma sequência didática utilizando material manipulável. Ou seja, usaríamos a experimentação e observação conforme fôssemos realizando a construção geométrica e complementaríamos com as notações simbólicas presentes na definição formal de hipérbole.

Além da orientação da professora Nora, um dos pontos relevantes que otimizaram a nossa preparação foi o seminário de apresentação na disciplina “Análise da Prática Pedagógica Estágio II”, seminário no qual apresentamos os planos de aula que seriam aplicados nos campos de estágios. Durante a apresentação no seminário, percebemos que a metodologia que elaboramos para introduzir o conceito de hipérbole, para os alunos do ensino médio do nosso campo de estágio, era nova para os nossos colegas presentes no seminário, conforme relatado por eles. Recebemos um retorno muito positivo a respeito do nosso plano de aula, tanto dos colegas quanto da nossa professora.

5. Roteiro da sequência didática

Apresentamos, neste tópico, o roteiro que surgiu fruto de nossas discussões para introduzir, no ensino médio, o conceito de hipérbole por meio de uma sequência didática utilizando material manipulável.

Realizamos

uma construção geométrica com o auxílio do quadro branco, barbante preto, ventosas (para afixar os focos) e pincéis coloridos. Para isso, optamos por dar uma aula expositiva dialogada e participativa, em conjunto com os alunos.

Para o presente relato adaptamos o nosso plano de aula (elaborado para a disciplina “Análise da Prática Pedagógica Estágio II”) para apresentar o desenvolvimento empregado até essa fase da sequência didática. A seguir, explicamos o nosso roteiro de trabalho.

- a) Atamos os extremos do barbante nas ventosas (essas representam os focos F_1 e F_2) e afixamos ambas as ventosas no quadro.
- b) Certificamo-nos de que o comprimento do barbante seja maior que a distância entre F_1 e F_2 .
- c) Com o barbante esticado, marcamos um primeiro ponto (P_1) no plano, de modo que sejam determinados dois segmentos de reta: o de extremos P_1 e F_1 e o de extremos P_1 e F_2 .
- d) Retiramos, simultaneamente, a partir de P_1 , comprimentos iguais em ambos os segmentos, no barbante. Assim, determinamos no plano, outro ponto, P_2 , logo após essa retirada.
- e) Mostramos que a diferença, D , entre as distâncias P_1F_1 e P_1F_2 é a mesma que a diferença entre as distâncias P_2F_1 e P_2F_2 .
- f) Aplicamos o procedimento análogo ao passo d) para determinar outros pontos da mesma hipérbole.
- g) Observamos que, até o passo anterior, apenas determinamos alguns pontos de um dos ramos da hipérbole.
- h) Completamos o esboço da hipérbole, mediante uma sequência análoga, cuidando da simetria da curva.
- i) Verificamos, por exemplo, com pontos P_1' , P_2' , etc., do outro ramo da hipérbole, que a diferença entre as distâncias $P_1'F_1$ e $P_1'F_2$ é a mesma que a diferença entre as distâncias $P_2'F_1$ e $P_2'F_2$. Porém, observamos que essa diferença vale $-D$.

j) D

eduzimos que qualquer ponto P da hipérbole é tal que $(PF_1) - (PF_2) = D$ ou $(PF_1) - (PF_2) = -D$, o que justifica o uso do módulo: $|(PF_1) - (PF_2)| = D$.

Esse roteiro enfatiza a compreensão do conceito de hipérbole e pode ser utilizado como atividade prévia à introdução das equações da hipérbole.

6. Considerações Finais

Como foi relatado no início do presente trabalho, o nosso contato com o conteúdo de cônicas foi inexistente ou bastante superficial durante a nossa formação no ensino básico. No melhor dos casos, o assunto foi ensinado apenas por fórmulas prontas para que as usássemos em exercícios de aplicação direta. Consideramos que abordagens como essa, no ensino médio, podem afetar negativamente a formação de futuros professores.

Provavelmente, a pouca familiarização com os conteúdos geométricos e com o uso simultâneo de linguagem matemática formal tenha dificultado o nosso posterior contato com as cônicas, no primeiro período da graduação, na disciplina “Geometria Analítica e Álgebra Linear”.

Com a oportunidade, no estágio obrigatório, de propor um plano de aula que envolvesse a introdução do conceito de hipérbole, tivemos que refletir com o intuito de desenvolvermos uma maneira adequada de ensino para os alunos do Colégio, considerando a nossa experiência no ensino médio e no ensino superior. Na aula que demos para os alunos do Coltec, tivemos a percepção de que o desenvolvimento dos raciocínios e o envolvimento dos alunos foram satisfatórios.

Posteriormente, para refletirmos mais sobre essa experiência no Coltec, fomos orientadas pela professora Nora a ler o artigo de Shulman (1986). Com base nessa leitura, percebemos que ao prepararmos o plano de aula, mobilizamos o que o autor denomina como “conhecimento curricular”. Segundo Shulman (1986), no currículo estão presentes tópicos e assuntos específicos para cada nível escolar, e cabe ao professor conhecer o currículo, entender e escolher as alternativas curriculares disponíveis para a introdução do conteúdo a ser ministrado.

Consideram

os que a disciplina “Geometria Analítica e Álgebra Linear”, como nos foi apresentada na graduação, corresponderia expressivamente ao que Shulman (1986) denomina como “conhecimento do conteúdo”. Conforme o autor, este refere-se ao conhecimento do conteúdo a ser ministrado e à sua organização na mente do professor, cabendo ao docente ir além do domínio dos fatos ou conceitos de um determinado conteúdo. Com base na nossa formação profissional, concordamos com Shulman (1986) no que tange à necessidade e à importância de uma melhor compreensão e conhecimento, pelos professores, dos conteúdos a serem abordados no nível escolar.

Nesse sentido, ao planejarmos uma aula que abordasse o conceito de hipérbole de um modo adequado e até mesmo inovador, ressaltamos não só a importância dos tipos de conhecimentos citados anteriormente, mas também destacamos o que Shulman (1986) denomina como “conhecimento pedagógico do conteúdo”. De acordo com o autor, este conhecimento ultrapassa o “conhecimento do conteúdo” a ser ministrado, pois cabe ao professor buscar formas úteis para formular o assunto a ser ensinado, podendo utilizar ilustrações, exemplos, dentre outras representações para torna-lo compreensível para os alunos. Para esse tipo de conhecimento que seria um “Conhecimento *para o ensino*” (Shulman, 1986, ênfase do autor), consideramos que foram fundamentais as discussões realizadas na disciplina “Análise da Prática Pedagógica Estágio II” e o estágio de observação e prática no Coltec.

Com base nessa experiência, nós, como futuras professoras, consideramos ser essencial a articulação coerente desses tipos de conhecimentos citados. Destacamos que a preparação e aplicação da aula sobre o conceito de hipérbole mediante uso de materiais manipuláveis, além de ter sido uma experiência significativa na nossa formação, tornou-se influente para nossas práticas futuras como docentes de Matemática no nível do ensino básico.

Esperamos que este relato contribua para mostrar que é preciso refletir tanto o ensino-aprendizagem da Matemática na escola básica, quanto a formação de professores de Matemática. Essa formação precisa considerar, ao mesmo tempo, o aspecto do estudo dos conteúdos e o aspecto da capacitação em métodos de ensino e habilidades pedagógicas adequadas para um ensino-aprendizagem da Matemática satisfatório.

7. Referências

as

SANTOS, Reginaldo J. **Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear**/ Reginaldo J. Santos - Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: ensino médio 3**/ Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz- 8. ed - São Paulo: Saraiva, 2013.