

## UNIVERSIDADE E ESCOLA: UM TRABALHO ENVOLVENDO O SIGNIFICADO DE QUOCIENTE DOS NÚMEROS RACIONAIS NO 4.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Dilma Cristina Suares dos Santos*  
*Escola Pública do Estado de São Paulo*  
*dilma.angels@yahoo.com.br*

*Lisete de Souza Barreto*  
*Escola Pública do Estado de São Paulo*  
*lisetes.barreto@yahoo.com.br*

*Sônia de França*  
*Escola Pública do Estado de São Paulo*  
*sonia.32@terra.com.br*

*Grace Zaggia Utimura*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*mnutimura@gmail.com*

### **Resumo:**

Este relato de experiência é baseado numa parceria entre a Secretaria de Estado da Educação e a Universidade Cruzeiro do Sul por meio de um curso de extensão, ao longo de 2015. Tem como objetivo apresentar os efeitos das discussões e dos conhecimentos adquiridos pelos participantes e conseqüentemente nas aprendizagens dos alunos, mediante uma atividade de material didático, que trata de um dos significados dos números racionais – o de quociente. O grupo formado por sete professoras de 4.º ano e a formadora utilizou a metodologia de Estudos de Aulas (*Lesson Study*). Destacamos alguns resultados: as professoras perceberam que as práticas de compartilhamento e as discussões sobre o conteúdo matemático envolvido, influenciam no ensino; as observações e intervenções ao longo do trabalho são fundamentais; os alunos perceberam que os números naturais não são suficientes para resolver algumas situações do cotidiano e que há divisões que não são realizadas em partes iguais.

**Palavras-chave:** Números racionais; Estudos de Aulas (*Lesson Study*); Universidade e Escola; Formação Continuada.

### **1. Introdução**

Em 2015, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo por meio da Diretoria Regional de Ensino (DRE) Leste 1, fez parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, que trata do ensino da Matemática e da Formação de Professores com o intuito de investir na formação de professores dos anos iniciais, afim de melhorar as aprendizagens dos alunos das

escolas dessa Diretoria. Foi oferecido um curso de extensão<sup>1</sup>, denominado “Estudos de Aulas: contribuições para melhoria da qualidade do Ensino de Matemática nos anos iniciais na DRE Leste 1 e desenvolvimento profissional de seus professores”.

Por sua vez há uma demanda da rede estadual de capacitação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para utilizar um material institucional no âmbito do Projeto Educação Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (EMAI).

O Projeto EMAI (SÃO PAULO, 2014) envolve alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando que o professor é protagonista no desenvolvimento do currículo em sala de aula, na construção das aprendizagens dos alunos e apresenta um material de Matemática a ser desenvolvido em cada ano de escolaridade.

O curso de extensão foi organizado em grupos de professores do 1º. ao 5º. ano com a finalidade de estudar o material do EMAI e fazer adaptações para uso com seus alunos em sala de aula. Cada formador é doutorando do Programa de Ensino de Ciências e Matemática. Houve a apresentação para todos os grupos da metodologia de Estudos de Aulas (*Lesson Study*). Essa estratégia metodológica teve origem no Japão e foi difundida para vários países do mundo como: Estados Unidos, Portugal, Chile e Brasil. Em cada país foi traduzida de forma diferente. No Japão, “Pesquisa de Aula”, no Chile, “Estudio de Clases” e em Portugal, “Estudos de Aulas”. Em nosso trabalho, optamos por utilizar a tradução assumida por Portugal.

Para Ponte et al (2012) e Ponte (2014) alguns aspectos são fundamentais nos Estudos de Aulas, como as aprendizagens dos alunos e a natureza reflexiva e colaborativa dos envolvidos ao longo do trabalho. Com isso, estudos teóricos são realizados pelos professores e pesquisadores, materiais didáticos são compartilhados, além de textos, livros, recursos e trocas de experiências. Nesta abordagem, o aluno “tem voz” durante as aulas e momentos de discussões coletivas são oferecidos, em vez do professor ensinar diretamente os procedimentos e, em seguida, propor exemplos e exercícios para praticar.

---

<sup>1</sup>O curso foi autorizado pelo Comitê de Ética da referida Universidade a partir da autorização do uso de imagem e dos protocolos dos alunos, assinados pelos seus responsáveis, para fins pedagógicos. A Universidade tem apoiado a realização de atividades de formação continuada em parceria com escolas públicas de várias regiões.

Com isso, após a identificação do problema, as aulas são planejadas em conjunto pelos professores e pesquisadores. Nesta etapa buscam-se selecionar os materiais relevantes, as necessidades efetivas dos alunos, a colaboração dos professores e estudos sobre o tema a ser estudado. A próxima etapa “Implementação das aulas” consiste em colocar em prática as aulas que foram planejadas, podendo ser observadas por professores e pesquisadores universitários. Logo, nas sessões de “Reflexão e análise das aulas” os professores e observadores relatam o que observaram e refletem sobre as etapas anteriores. Algumas aulas podem ser replanejadas pelo grupo. Em seguida, essas aulas são implementadas e, posteriormente refletidas pelo grupo.

## **2. O significado de quociente nos números racionais e as representações fracionária e decimal**

Os números racionais surgem para atender a demanda em que os números naturais não são mais suficientes para resolver determinadas situações. O nome racional se relaciona com o termo ratio ou razão, associando um número racional àquele número que pode ser representado por uma razão entre números inteiros, excluindo o caso em que o divisor é zero.

Um aspecto importante sobre o estudo e a aprendizagem dos números racionais é destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o segundo ciclo - que faz parte dos nossos estudos. Os PCN (BRASIL, 1997) apresentam o significado de quociente, se baseando na divisão de um número natural por outro, sendo o denominador diferente de zero e podem ser representados na forma fracionária e decimal. Os números racionais podem ser positivos ou negativos, mas vamos analisar em nossos estudos apenas os positivos, trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em nossa opinião, o estudo dos números racionais poderia ser introduzido nos anos finais do Ensino Fundamental, uma vez que daria tempo para que os alunos se apropriassem de maneira mais consistente dos números naturais e do sistema de numeração decimal, em vez de ser trabalhado ao mesmo tempo nesta faixa etária. No entanto, na proposta curricular do Estado de São Paulo, o estudo dos números racionais é iniciado no 4º. ano.

Consideramos fundamental uma demanda de tempo maior para a exploração desse assunto, uma abordagem adequada em que o professor saiba como ensinar e planejar

atividades que permitam a construção dos conceitos por meio de situações-problema que sejam significativas para os alunos.

### 3. Estrutura e desenvolvimento do curso de extensão

Sete professoras de 4º. ano participaram do curso de extensão, que teve a duração de 180 horas. A metodologia de trabalho foi pautada pela interação entre os participantes e nas análises das tarefas propostas para os alunos das Escolas Públicas. Em alguns encontros, além do planejamento das atividades que seriam propostas aos alunos, havia momentos de formação sobre diversos conteúdos matemáticos, trocas de experiências e conhecimentos entre os grupos.

Os encontros quinzenais, aos sábados, no período da manhã, com pesquisadores e professoras permitiram a elaboração conjunta de procedimentos metodológicos e didáticos e, posteriormente, problematizados com os alunos, possibilitando que as professoras refletissem sobre aspectos importantes relativos ao alcance dos objetivos das atividades.

Nos encontros do grupo, compartilhamos estudos teóricos sobre a metodologia de trabalho, sobre os números racionais, sobre o material do EMAI, permitindo estabelecer a relação da fundamentação teórica com as práticas pedagógicas colaborativas no grupo. Tínhamos como premissa discutir questões como: O que queremos que os alunos aprendam? O que os alunos precisam saber para realizarem as atividades? Qual a proposta de organização da turma e por quê? Quais encaminhamentos podemos antecipar a partir das possíveis dúvidas dos alunos? Quais parâmetros podemos levantar para saber o que os alunos aprenderam e conseqüentemente se alcançaram os objetivos propostos?

Optamos em identificar as sete professoras ao longo do trabalho como: P1, P2, ... P7. Como várias aulas das professoras foram filmadas, combinamos que as professoras seriam responsáveis pela escolha e edição de um trecho de uma aula e de relatórios para compartilhar com o grupo.

A seguir explanaremos detalhadamente o desenvolvimento da atividade do material do EMAI.

#### 4. Desenvolvimento da atividade

A formadora iniciou o trabalho com as professoras verificando se todas identificavam quais expectativas de aprendizagem estavam relacionadas com a atividade, no caso: Estabelecer relações entre a representação fracionária e representação decimal de um número racional e Resolver situações-problema que envolvam alguns dos significados dos números racionais: quociente, parte-todo e razão. A atividade trabalhada explorava o significado de quociente.

Foi enfatizado que era importante uma conversa inicial com os alunos, que as situações fossem problematizadas, intervenções deveriam ser feitas (sejam individuais e/ou coletivas), os materiais necessários deveriam ser providenciados antes do início da aula e organizar os alunos em pequenos grupos. Ao final, tanto as professoras quanto a formadora deveriam observar se o tempo previsto no planejamento havia sido suficiente.

Na atividade trabalhada (Figura 1), as sete bolachas de Antônio deveriam ser repartidas igualmente entre ele e seus três amigos, explicando o que ele fez por meio da ilustração e como cada aluno representaria quanto cada um recebeu. As professoras durante o planejamento decidiram dividir as turmas em grupos e providenciarem sete círculos de papel para cada grupo, como se fossem as bolachas.



Figura 1 - Sequência 28 - EMAI (SÃO PAULO, 2014)

Antes de implementar essa atividade, as professoras de 4º. ano fizeram as seguintes perguntas aos alunos: Vocês lembram de uma divisão que foi feita em partes iguais? Se eu

quiser dividir 6 maçãs igualmente para duas crianças, quantas maçãs receberá cada criança?  
Se eu dividir 5 peras igualmente para 4 crianças, quantas peras receberá cada criança?  
Pediram que alguns alunos fossem à lousa para resolvê-las.

Após a socialização das respostas, os alunos foram organizados em quartetos e foi distribuído sete círculos para cada grupo. Em seguida, as professoras pediram aos alunos que lessem o enunciado da atividade. Perguntaram se houve entendimento da situação proposta e o que deveria ser feito. Alguns alunos responderam que era para dividir sete bolachas para três crianças. Essa resposta foi compartilhada com os outros alunos e ao serem questionados sobre tal resposta, a maioria dos alunos respondeu que era para dividir sete bolachas para quatro crianças e não para três.

Em uma das turmas houve o comentário de que no desenho do material, não havia sete bolachas (como antecipado pelas professoras na etapa do planejamento), mas a professora da turma orientou os alunos que levassem em consideração o que constava no enunciado e não na figura do material didático.

Finalizada esta parte, foi proposto aos alunos que dividissem igualmente os sete círculos (como se fossem as bolachas) entre eles. Durante a realização da atividade cada professora circulou pela sala de aula para observar como as crianças estavam raciocinando.

Vale salientar que em novembro de 2015, quatro professoras e a formadora, foram assistir esta aula na turma de uma das sete professoras envolvidas no curso de extensão, numa escola pública da DRE Leste 1. Assim, todas puderam circular pela sala de aula desta turma, acompanhando o trabalho que estava sendo desenvolvido para, posteriormente ser refletido. Esta ação faz parte de uma das etapas dos Estudos de Aulas (*Lesson Study*).

## 5. Aprendizagens das professoras e dos alunos

### *Aprendizagens das professoras*

As professoras perceberam que as práticas de compartilhamento do planejamento das aulas e a discussão sobre o conteúdo matemático envolvido influenciam positivamente no ensino e assim, reforçam a importância dessa prática.

Os relatos das professoras evidenciam esta importância:

[...] as trocas de situações apresentadas em sala, transpõem com clareza a relação da Expectativa de Aprendizagem. Ter um diálogo sobre os números racionais me proporcionou uma visão expansiva, quanto aos conceitos matemáticos e como transpor isso com mais significado para os meus alunos atuais e os alunos que virão futuramente. Antes de participar do grupo, a interpretação não era tão eficaz, pois a teoria não era clara (P1).

[...] sugerimos que os professores fiquem atentos ao significado de quociente e suas representações e que explorem com seus alunos, para que eles ampliem seus conhecimentos. Esta experiência foi muito rica, pois pude repensar a minha prática docente, colaborar e aprender com a prática pedagógica de outras professoras (P2).

Outra aprendizagem foi em relação às observações e intervenções ao longo do trabalho, pois a intervenção na hora certa faz toda a diferença para que os alunos compreendam e avancem em seus conhecimentos.



Figura 2 – Socialização da resolução da situação-problema envolvendo “as bolachas” com intervenção individual da professora P7

Outra aprendizagem foi em relação à importância da existência da conversa com os alunos, pois tal procedimento possibilita ao professor identificar conhecimentos prévios, realizar um levantamento de dados e de hipóteses das crianças. Assim, é possível observar as sugestões apresentadas, ampliando e adaptando a cada grupo de crianças.

Essas aprendizagens foram percebidas antes, ao longo da aula e após a aula, pois em conjunto o trabalho torna-se mais reflexivo.

Fiquei fascinada ao ouvir os discursos dos alunos sobre a atividade. Várias maneiras surgiram. As colaborações deles foram maravilhosas, deixando a certeza que a metodologia usada foi de extrema importância para o procedimento e para o entendimento da atividade. Pude perceber que vários procedimentos dos outros alunos ficaram bem próximos dos meus alunos (P7).

### *Aprendizagens dos alunos*

Os alunos perceberam que os números naturais não são suficientes para resolver algumas situações do cotidiano, como na situação-problema apresentada na conversa inicial e na situação da divisão das bolachas. Isso fez com que eles refletissem sobre o significado do número racional.

Outra aprendizagem foi a percepção de que há divisões que não são realizadas em partes iguais. A seguir a resolução da situação-problema envolvendo a divisão de 5 peras para 4 crianças em que os alunos perceberam tal afirmação:

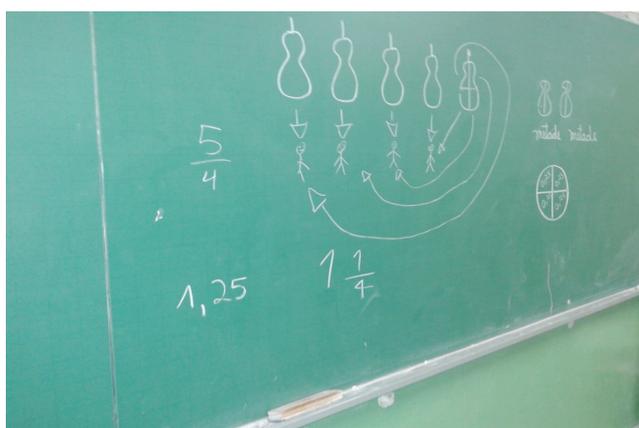


Figura 3 – Resolução de uma situação-problema envolvendo “peras e crianças”

No caso da atividade das bolachas de Antônio os resultados foram positivos e esperados, pois a atividade foi muito bem planejada. Ao longo da aula que as professoras e a formadora participaram, ficou decidido no momento do fechamento do trabalho que cada grupo seria representado por um líder (escolhido entre os alunos), explicando assim, as resoluções. Esta ação proporcionou que a atividade ficasse bem interessante, demonstrando que os alunos são capazes de explorar seus conhecimentos e que estes são adquiridos gradativamente.

Seguem alguns procedimentos dos alunos que chamaram a atenção das professoras e da formadora:

No momento que as professoras caminhavam pelos grupos, verificaram que vários grupos cortaram 3 círculos em 4 partes iguais para encontrar a resposta  $1 + \frac{3}{4}$ . Outro foi a repartição de cada círculo em 2 partes, cada um do grupo ficaria com metade de cada bolacha, até chegar no sexto círculo, porém a última “bolacha” teve que ser dividida em 4 “pedacinhos” para que todos pudessem ficar com uma parte desta repartição.

Outro procedimento observado, foi dividir todos os 7 círculos em 4 partes iguais, totalizando 28 partes. Distribuindo essas 28 partes igualmente para quatro pessoas, cada uma recebeu 7 partes e como cada parte corresponde a  $\frac{1}{4}$  de cada bolacha, cada pessoa recebeu o equivalente a  $\frac{7}{4}$ . Outra resposta observada, também correspondente a  $\frac{7}{4}$  foi obtida a partir da relação da divisão de 7 bolachas para 4 pessoas, por meio da representação fracionária e, após esta mesma divisão encontraram 1,75 bolachas para cada pessoa. Outro procedimento, foi a divisão de  $\frac{4}{7}$ , cuja resposta encontrada foi a dízima periódica, 0,5714285714. Logo os alunos, acharam esquisito, mas com a intervenção das professoras sobre o que cada número corresponde, 7 – equivale ao total das bolachas e 4 – equivale as pessoas; as 7 bolachas seriam divididas para 4 pessoas e não o contrário, assim, os alunos perceberam que a resposta inicial não estava contemplando a situação.

## 6. Considerações finais

Este trabalho demonstrou que realmente este tema (números racionais) é de interesse das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois está presente nas indicações curriculares, nas avaliações externas e nas situações do cotidiano.

O curso de extensão, utilizando a metodologia de Estudos de Aulas, pode proporcionar uma parceria entre professoras dos anos iniciais (dispostas a aprofundar seus conhecimentos matemáticos), a formadora e os alunos de 4º. ano.

Foi possível trocas de experiências entre as próprias colegas de curso, pois por mais que as aulas sejam planejadas coletivamente, na sala de aula o protagonismo é do professor.

Os resultados mostram que é possível compreender o significado de quociente e as representações dos números racionais quando o material didático institucional é bem explorado, permitindo que os alunos participem, reflitam, troquem ideias, argumentem e tenham a mediação do professor para validar ou não seus procedimentos e comentários.

Com isso, essa experiência de formação continuada foi enriquecida, quando quatro das sete professoras que fizeram o curso de extensão e a formadora tiveram a oportunidade de irem à escola de uma das turmas de 4º. ano, pois puderam refletir conjuntamente com todo o grupo, na etapa de “Reflexão e análise das aulas” o trabalho desenvolvido ao longo das etapas dos Estudos de Aulas.

## 7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1997. 142 p.

PONTE, J. P. Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. **ResearchGate**. 1-15, 2014. Disponível em: [http://www.researchgate.net/publication/275410215\\_Os\\_estudos\\_de\\_aula\\_como\\_processo\\_colaborativo\\_e\\_reflexivo\\_de\\_desenvolvimento\\_profissional](http://www.researchgate.net/publication/275410215_Os_estudos_de_aula_como_processo_colaborativo_e_reflexivo_de_desenvolvimento_profissional). Acesso em: 30 abr. 2016.

PONTE, J.P. et al. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, 5 (n. temático) 7-24, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/22605>. Acesso em: 30 abr. 2016.

\_\_\_\_\_. (org.). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**, 409-425, 2014. Disponível em: [repositorio.ul.pt/bitstream/10451/15310/1/P3M.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/15310/1/P3M.pdf). Acesso em: 30 abr. 2016.

SÃO PAULO. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI: quarto ano**. Secretaria da Educação do Estado. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica. SEE, 2014, v. 2, 152 p. (material do professor).