

TEOREMA DE TALES: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

Renata Arruda Barros

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

renata.barros@ifrj.edu.br

Karen de Melo Freitas Procópio

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

mello_karen@hotmail.com

Rafael Vassallo Neto

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

rafael.vassallo@ifrj.edu.br

Resumo:

Nessa pesquisa, foi elaborada uma proposta metodológica que associa os conceitos de atividade investigativa com o da informática educativa para o ensino do Teorema de Tales. Tem-se como objetivo principal avaliar as vantagens e desvantagens na aprendizagem dos alunos quando a proposta é desenvolvida em sala de aula por meio individual ou em grupo. Foi elaborado material didático e metodológico associando a atividade investigativa com a informática educativa para o ensino do Teorema de Tales. Esse material serviu como base para uma pesquisa de campo aplicada em uma turma de nono ano. Ao final das aplicações, pôde-se perceber que ambos os grupos desenvolveram as atividades de forma satisfatória, entretanto observou-se que, para os alunos que desenvolviam as atividades em duplas, a interação facilitou o desenvolvimento das atividades, contribuindo assim no processo de ensino aprendizagem do Teorema de Tales.

Palavras-chave: Atividade Investigativa; Informática educativa; Teorema de Tales.

1. Introdução

A observação da grande dificuldade encontrada pelos alunos na aquisição de conceitos geométricos é o que motivou a pesquisa. Analisando os vários conteúdos ligados à geometria abordados no 9º ano, escolheu-se o Teorema de Tales, por se tratar de um assunto que possui poucas propostas didáticas metodológicas que possam auxiliar os professores na abordagem em sala de aula da Educação Básica.

Na busca de uma metodologia diferenciada da tradicional, optou-se por apresentar uma proposta de material didático e metodológica que associe os conceitos de Atividade Investigativa com os da Informática Educativa para o ensino do Teorema de Tales. Partindo desse pressuposto, o objetivo desta pesquisa foi o de avaliar as vantagens e desvantagens no ensino e na aprendizagem do Teorema de Tales através de Atividades Investigativas,

utilizando-se do recurso da Informática e de atividades desenvolvidas de forma individual e em grupo de alunos. Dessa forma, busca-se verificar se a aprendizagem desenvolvida em grupo desenvolve competências relacionadas à argumentação e à prova em matemática de forma mais sólida que a que ocorre de forma individual.

Para a realização da pesquisa, foi realizada pesquisa bibliográfica e exploratória sobre os seguintes temas: Informática educativa (Marcelo Borba, 2012), Atividade investigativa (Dario Fiorentini, 2010, João Pedro da Ponte, 2013) e do Construtivismo segundo as concepções de Piaget e Vigotsky.

Em seguida, foi elaborada uma proposta de material didático baseada em atividade investigativa para o ensino do Teorema de Tales. Essa atividade foi formulada utilizando o software Geogebra. A turma foi dividida em dois grupos, no qual, no primeiro grupo, a atividade foi desenvolvida de forma individual segundo a concepção as concepções de aprendizagem de Piaget e, na segunda turma, a atividade foi desenvolvida em grupos segundo a concepção de Vygotsky. Como recurso de registro, utilizou-se o diário de campo, onde se anotou os pontos relevantes sobre as atividades desenvolvidas. Após a aplicação das atividades, foi realizada uma análise qualitativa e quantitativa da proposta.

2. Concepção Construtivista de Piaget e Vygotsky

Para Piaget, o sujeito é protagonista de sua aprendizagem. Quando há a interferência de outro indivíduo no processo de desenvolvimento da criança, Piaget acredita que esta ação acaba impedindo ou prejudicando o seu desenvolvimento. Dessa forma, a capacidade do indivíduo desenvolver suas próprias ideias é considerada indispensável, e sua interação com meio em que vive deve acontecer de forma natural a partir do processo interno de desenvolvimento. Essa é a base do construtivismo.

[...] o conhecimento não procede, em suas origens, nem de um sujeito consciente de si mesmo, nem de objetos já constituídos (do ponto de vista do sujeito) que a ele se imporiam. O conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre os dois [...] (Piaget, 1972, p.14).

Segundo Piaget (1975), o conhecimento é construído em trocas realizadas com os objetos, sendo necessário, em alguns momentos, uma organização para a adaptação ao objeto. A adaptação acontece por meio da organização e possui dois mecanismos diferentes, mais que juntos garantem o processo de desenvolvimento: a assimilação e a acomodação. Assim, o

conhecimento só desenvolve-se quando há equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, ou seja, entre o indivíduo e os objetos do mundo.

Vygotsky defende a proposta sócio-interacionista do processo de ensino-aprendizagem:

Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e depois, no nível individual; primeiro entre as pessoas (interpsicológica), e depois, no interior da criança (intrapicológica) (Vygotsky, 2007, p.66).

Nesse sentido, a representação de uma proposta pedagógica que parte da hipótese que o indivíduo constrói seu conhecimento na interação com o meio em que vive e isso se dá a partir do contato com o outro, que terá um papel de extrema importância no processo de aprendizagem.

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados esses processos torna-se parte das aquisições do desenvolvimento independente das crianças (Vygotsky, 2007, p.103).

Nessa concepção, Vygotsky se contrapõe a Piaget ao defender que o sujeito não é aquele que se desenvolve sozinho. Vygotsky defende que a mediação social tem lugar principal no processo de construção do conhecimento. Por consequência, a partir desse ponto de vista, é indispensável no processo pedagógico a figura do mediador. Logo, a intervenção externa é bem vinda e necessária à uma aprendizagem consistente, estabelecendo assim o cooperativismo no processo de desenvolvimento e assimilação do conhecimento.

Baseando assim nas concepções de Piaget e Vigotsky, acredita-se que aulas onde os alunos interajam de forma solitária com o objeto, ou em duplas podem vir a ser facilitador da aprendizagem do ensino da geometria. Pois assim os alunos passam a construir o conhecimento, demonstrando, argumentando e comprovando a veracidade do que está sendo ensinado.

3 Investigação Matemática

A investigação e o ensino, por vezes, são vistos como atividades diferentes, pois se tem a visão que quem investiga descobre ou até mesmo inventa e o professor, por sua vez,

apenas ensina. Segundo Ponte et.al. (2013), o processo de investigação se dá quando o investigador procura a aprender e aprendendo passa a ter mais interesse a investigar.

Por sua vez, o processo de investigação representa a descoberta de relações entre os objetos matemáticos que se conhece ou não, procurando, a partir daí, identificar as propriedades existentes. A investigação matemática abrange conceitos, procedimentos e representações matemáticas e uma de suas características é a de conjectura, teste e demonstração.

Ponte afirma que:

Uma investigação matemática desenvolve-se entorno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver (Ponte et.al, 2013, p.16).

Logo, parte importante a se desenvolver em uma atividade de investigação é a identificação da situação-problema sugerida. Só a partir desse momento, se está pronto para dar continuidade ao processo de investigação propriamente dito em todas as suas fases.

Segundo Ponte *et. al* (2013), o processo de investigação matemática divide-se em quatro momentos principais. O primeiro é a parte do reconhecimento, a exploração inicial e a formulação da questão. O segundo refere-se à formulação de conjecturas. O terceiro seria a realização de testes e, às vezes, um refinamento das conjecturas e, por último, a argumentação, a demonstração e a avaliação do trabalho desenvolvido. Esses momentos descritos são as fases para o desenvolvimento da investigação em sala de aula e várias vezes esses eles desenvolvem-se em paralelo. Segundo Ponte *et al* (2013) cada um inclui diversas atividades, que são descritas no quadro a seguir:

Tabela 1 Desenvolvimento da Investigação em Sala de Aula. Fonte: Ponte *et al* (2013 p.21)

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none">• Reconhecer uma situação problemática;• Explorar a situação problemática;• Formular questões.
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none">• Organizar dados;• Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre elas).

Testes e reformulações	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes; • Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar a conjectura; • Avaliar o raciocínio ou resultado do raciocínio.

Por muitas vezes, o processo de ensino-aprendizagem da matemática se dá a partir da mera resolução de exercícios mecânicos que não são suficientes para que o aluno desenvolva as competências desejadas.

Segundo Ponte (2013), a tarefa teria quatro dimensões básicas: o grau de dificuldade, a estrutura, o contexto referencial e o tempo gasto para a resolução. Levando em consideração as duas primeiras dimensões, obtêm-se quatro tipos básicos de tarefa, conforme mostra a figura abaixo:

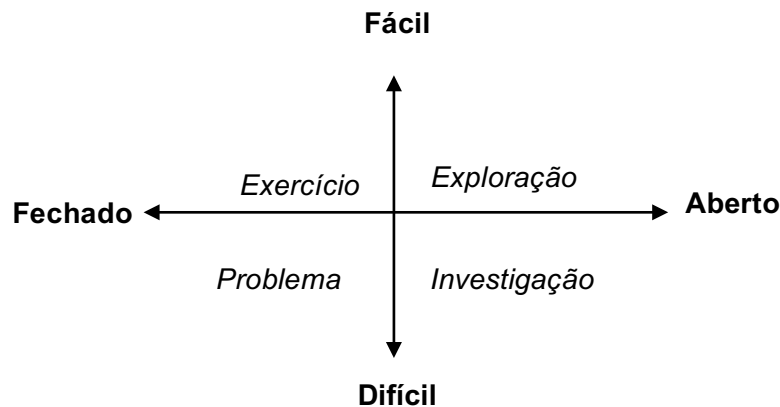


Figura 1 Grau de dificuldade e Estrutura da Tarefa. Fonte: Ponte (2013)

Pode-se afirmar que as investigações matemáticas se diferem das demais por serem desafiadoras e abertas, dando liberdade aos alunos para desenvolverem várias possibilidades de exploração e investigação. Logo, vai-se em direção as afirmações de Ponte *et.al* (2013) que afirma que o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino aprendizagem, pode vir contribuir para:

[...] ajudar a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na

discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2013, p.23).

Segundo Fiorentini (2010), a realização de aulas exploratório-investigativas mobiliza e desencadeia, na sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno, em que o mesmo pode apresentar múltiplas possibilidades de alternativas de tratamento e significação. Essas aulas servem para introduzir um novo tema a ser estudado ou até mesmo para problematizar e produzir significado para um conceito matemático. Logo, quando eles assumem esse cenário de investigação em um processo de exploração, investigação e explicação, passam a constituir um novo ambiente de aprendizagem, em que os próprios alunos são protagonistas no processo de aprendizagem.

Assim, ao desenvolver um trabalho investigativo, é fundamental despertar nos alunos uma consciência interrogativa diante das ideias matemáticas, aliado aos recursos da informática educativa que podem despertar o interesse e motivação dos alunos.

4. Informática Educativa

A utilização dos recursos da informática na educação, disseminado na sociedade através do avanço no desenvolvimento dos *softwares* educacionais, tem provocado uma grande revolução no processo de ensino-aprendizagem. Dessa forma, segundo Borba e Penteadó (2012), o professor tem que estar ciente de que a utilização da informática no ensino é um dos recursos que pode ser utilizado para contribuir para a construção do conhecimento desse aluno.

Com a presença da informática na sala de aula, os alunos passam a ter acesso a diferentes condições de exercitar a capacidade de investigar e selecionar a informações, resolvendo problemas e aprendendo sem a participação direta do professor, cabendo a ele o papel de mediador na aquisição do conhecimento.

O uso da informática na educação não deve ser enfatizado apenas como um auxílio na inserção do aluno no mercado de trabalho, mas sim como uma ferramenta de ensino a que todos os alunos têm direito. Segundo Borba e Penteadó: “O acesso a informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica.” (Borba e Penteadó, 2012, p.17). Assim, os alunos, sejam eles de escola pública ou particular, teriam direito a utilização da informática em seu cotidiano escolar. Segundo

Borba e Penteadó (2012), essa alfabetização não deve ser vista como um curso de informática, mas como a educação de uma nova mídia, em que o computador deverá estar presente nas principais atividades, como ler e escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, etc. Logo, a informática na educação passa a fazer parte das respostas a questões levantadas ligadas a cidadania.

Papert (1994) estabelece o termo construcionismo, uma reconstrução teórica a partir do construtivismo piagetiano, em que a meta é de ensinar de maneira que produza o máximo de aprendizagem com um mínimo de ensino, alcançando assim maneiras de aprendizagens em que são valorizadas as construções mentais do sujeito. A partir da proposta construcionista de Papert (1994), no momento em que o aluno, utilizando o computador, passa a visualizar suas construções mentais, ele passa a fazer, a partir daí, uma relação entre o concreto e o abstrato através da interação, favorecendo assim o processo de ensino-aprendizagem.

Um dos princípios da teoria construcionista é o desenvolvimento de ambientes de desenvolvimento da aprendizagem que permitam aos alunos testar suas ideias, teorias e hipóteses, favorecendo assim mudanças significativas do desenvolvimento intelectual dos alunos.

Dizer que estruturas intelectuais são construídas pelo aluno, ao invés de ensinadas por um professor, não significa que elas sejam construídas do nada. Pelo contrário, como qualquer construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, de materiais que ela encontra e, mais significativamente, de modelos e metáforas sugeridos pela cultura que a rodeia (Papert, 1986).

Por esse motivo, acredita-se que, aliada a atividades investigativas, esses princípios só tendem a contribuir para esse processo de aprendizagem. Assim, a utilização da informática tende a contribuir para a qualidade de ensino, e se constitui como uma ferramenta, que se for utilizada da maneira adequada terá resultados positivos, influenciando assim a eficiência do processo de ensino. Nesse sentido, acredita-se que as atividades investigativas, associadas a informática educativa representa uma alternativa interessante para embasar uma proposta para o ensino do Teorema de Tales.

5. Pesquisa de Campo

5.1 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio Municipal Jahyra Fonseca Drable localizado na Praça Leopoldo Monteiro da Silva, s/nº, situado no distrito de Nossa Senhora do Amparo

zona rural do município de Barra Mansa, Rio de Janeiro. O colégio funciona em dois turnos sendo eles: matutino e vespertino, sendo que o matutino são alunos da pré-escola e ensino fundamental do primeiro segmento e a tarde o ensino fundamental segundo segmento totalizando assim 12 turmas com um total de 256 alunos.

5.2 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida na turma do nono ano que possui um total de 20 alunos. Para a realização da atividade, a turma foi dividida em dois grupos. O primeiro grupo contendo 8 alunos, as atividades foram aplicadas de maneira individual e, no segundo grupo contendo 12 alunos, em duplas, conforme previsto no projeto.

Durante a aplicação das atividades, nos deparamos com algumas dificuldades relacionadas à infraestrutura da escola. A sala de informática do colégio possuía poucos computadores e muitos ainda não funcionavam, diante desse problema montamos nossa própria sala de informática.

Agimos da seguinte forma: foi realizado um levantamento de quantos alunos possuíam notebooks que poderiam ser trazidos para o colégio e, após o levantamento, conseguimos reunir quinze computadores. Resolvida a dificuldade inicial, começamos o desenvolvimento das atividades, que foram realizadas em três aulas. Inicialmente, estavam previstos apenas dois dias de aplicação, mas como os alunos não utilizavam o computador frequentemente e nem conheciam o software a ser trabalhado, foi necessário fazer uma primeira aula de apresentação de conhecimentos básicos de informática e de apresentação do *software* a ser utilizado. As duas aulas seguintes foram destinadas a aplicação das atividades em si, conforme previsto.

5.2.1 Primeiro dia de aplicação da atividade

Na atividade 1 os alunos deveriam construir, no software geogebra, três quadrados, usando como medida de unidade a própria malha do geogebra: um de lado 1 nomeado ABCD, um de lado 2 nomeado EFGH e um de lado 3 nomeado MNOP. A partir daí, eles deveriam responder as seguintes perguntas Qual a área do quadrado EFGH? Qual a área do quadrado MNOP? Qual é a razão entre a área do quadrado EFGH e o quadrado ABCD? Qual é a razão entre a área do quadrado MNOP e o quadrado ABCD? Qual é a razão entre a área do quadrado EFGH e o quadrado MNOP? Em relação ao lado qual é a razão entre o lado BC para o EF? Em relação ao lado, qual a razão entre o lado DC para o FG? E o lado AD para o

HG? E o AB para o HE? Em relação ao lado qual é a razão entre o lado EF para o MN? E o lado FG para o ON? E o lado HG para o PO? E o lado EH para o MP?

Essa atividade foi desenvolvida com o objetivo de que os alunos começassem a relembrar o conceito de razão e proporção, os alunos primeiramente reconheceram as situações problemas de cada seção da atividade 1 e, a partir daí, começaram a explorar e a organizar os dados apresentados na atividade, formulando suas conjecturas e assim construíram de forma livre o passo a passo solicitado nas atividades feito isso começaram a realizar testes e refinar as conjecturas criadas e assim conseguindo justificar suas conjecturas e, avaliando seu raciocínio, estabeleceram as razões e proporções existentes.

A aplicação foi bem desenvolvida por ambos os grupos e os alunos conseguiram chegar a conclusão desejada a partir das construções no software, compreendendo o conceito de razão. Nessa atividade, os alunos também conseguiram reconhecer a situação problema, exploraram e formularam suas conjecturas e realizaram os testes. Alguns dos alunos que realizavam individualmente a atividade, pediram auxílio para averiguar se a construção estava correta mas conseguiram realizar seus testes, justificar suas conjecturas e avaliar assim seu raciocínio.

Já os alunos sentados em duplas conseguiram reconhecer a situação, organizar os dados, realizar esses testes e refinar suas conjecturas sem a necessidade de auxílio, pois assim que surgia qualquer dúvida, eles mesmos discutiam entre eles e chegavam a um consenso do que seriam as razões de área e de lados pedidos nas questões, demonstrando assim uma maior autonomia para realizar a atividade.

Foram também realizadas atividades análogas a atividade 1, em que os alunos construíram segmentos de retas e triângulos, e os resultados foram semelhantes.

5.2.2 Segundo dia de aplicação da atividade

Antes do desenvolvimento da segunda atividade em si, foi realizada uma pequena apresentação do surgimento do Teorema de Tales no seu contexto histórico. Na atividade 2, os alunos deveriam construir, também no software geogebra, três retas paralelas cortadas por duas retas concorrentes. Os alunos deveriam também utilizar as ferramentas do software para medir os segmentos HI, IJ, EF e FG, conforme figura a seguir. A partir daí, eles deveriam responder as perguntas: Qual foi a razão encontrada entre o segmento HI e o IJ? Qual foi a

razão encontrada entre o segmento EF e o FG? Clique na ferramenta mover e mova o ponto F. O que você observa que acontece com a razão EF/FG e a HI/IJ? Clique na ferramenta mover e mova o ponto C. O que você observa que acontece com a razão EF/FG e a HI/IJ? O resultado da divisão sofreu alguma modificação, e relação entre EF/FG e a HI/IJ? Agora observando o que acontece selecione a ferramenta mover (janela1) e mova qualquer outro ponto e veja o que acontece com EF/FG e HI/IJ. O que podemos concluir. Você conseguiria identificar outras razões que dão o mesmo resultado? O que acontece com o EF/HI e o FG/IJ; EG/EF e HJ/HI. O que descobriu?

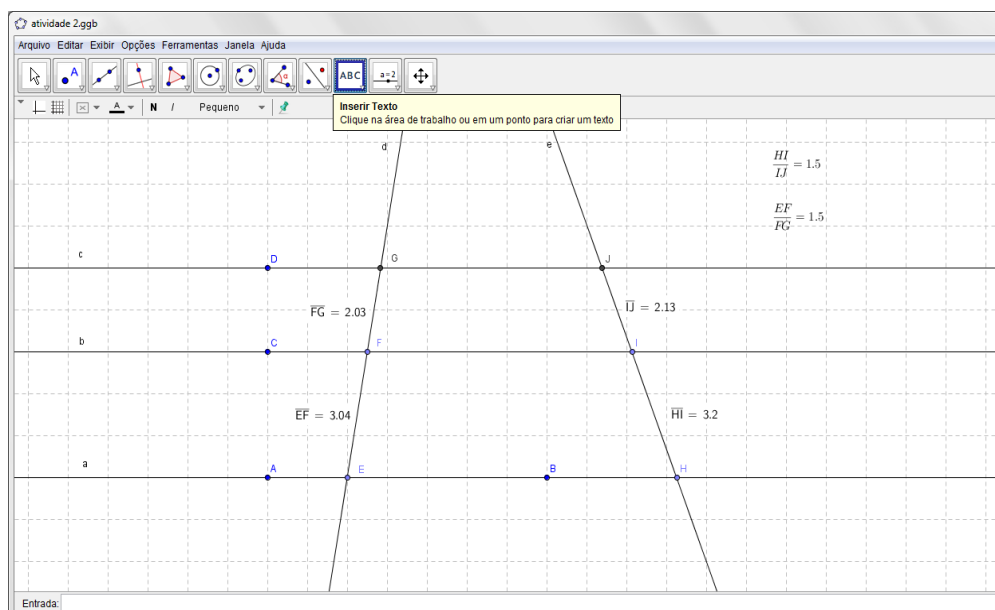


Figura 2 Construção da atividade no Geogebra.

Após duas aulas utilizando o software Geogebra, os dois grupos de alunos já estavam habituados com o programa. Porém, ao longo da construção da atividade surgiram algumas dúvidas quanto ao desenvolvimento da mesma, pois exigia um pouco mais de conhecimento. A análise do diário de campo sob uma visão das concepções de Piaget e Vygotsky observou-se que o grupo de alunos em duplas não teve grandes dúvidas conseguiram explorar a situação problema, formular suas conjecturas e o auxílio da professora foi solicitado para auxiliar na construção da razão entre os segmentos, pois eram necessários alguns tipos de ferramenta operacional que eles não estavam familiarizados, entretanto a mediação do professor foi necessária apenas para auxiliar na manipulação do *software* e não para resolver questões conceituais. Feito isso eles conseguiram prosseguir realizando testes e refinando suas conjecturas para então avaliar o raciocínio da dupla para a compreensão da atividade.

Já os grupos de alunos que realizavam as atividades de forma individual reconheceram a situação problema, formularam suas conjecturas mas ficaram muito inseguros durante a realização dos testes para possível refinamento de suas conjecturas, recorrendo assim sempre a professora para averiguar se a construção e seus testes estavam corretos para então justificar suas conjecturas e compreender assim o Teorema de Tales.

6. Considerações Finais

Esta pesquisa foi um grande desafio, pois logo de início nos deparamos com dificuldades em relação à infraestrutura da escola, que dificultaram a execução das atividades. Esses empecilhos conseguiram ser resolvidos com a interação e cooperação de todos, professores e alunos, que emprestaram notebooks próprios para montar um laboratório de informática improvisado na sala de aula. Conforme mostrado no desenvolvimento da pesquisa, a Escola em que a mesma foi realizada é localizada na zona rural. Os alunos que desenvolveram as atividades da pesquisa nunca haviam realizado atividades investigatórias e nem utilizado a informática educativa no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Assim, foi necessário adequar o planejamento a essa realidade.

Nesse sentido, a utilização da informática veio como uma ferramenta que contribuiu para a qualidade de ensino. As atividades apresentaram bons resultados, influenciando assim de maneira significativa qualidade do processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

A cada atividade desenvolvida, os alunos de ambos os grupos tornavam-se mais autônomos, questionadores. Com base nessa observação, acredita-se que essas atividades investigativas podem ser uma boa estratégia para o ensino do Teorema de Tales.

Observou-se que o desenvolvimento das atividades feitas de forma individual e em grupo apresentaram resultados satisfatórios. Todos os alunos ficaram muito envolvidos nas atividades e interessados em aprender. Nenhum tipo de problema relacionado à indisciplina ou desinteresse foi identificado. Pôde-se perceber também que os alunos conseguiram visualizar suas construções mentais, relacionando assim o concreto com o abstrato, realizando testes, teorias ou hipóteses de modo geral, favorecendo a construção do conhecimento.

Observou-se que os alunos que estavam desenvolvendo as atividades em duplas, de acordo com a concepção de Vygotsky, que acredita que a aprendizagem se dá a partir da interação não apenas do sujeito com o objeto concreto, mas também com o outro

apresentaram um melhor resultado. A interação realmente facilitou o desenvolvimento das atividades, pois as dúvidas e questionamentos que surgiam eram discutidas e essa discussão permitia que eles mesmos concluíssem qual seria o caminho correto.

Já os alunos que estavam desenvolvendo as atividades de maneira individual, de acordo com a concepção de Piaget, apresentaram um pouco mais de dificuldade no desenvolvimento de algumas atividades, demonstrando insegurança diante do processo investigativo.

Dessa forma, acredita-se que o desenvolvimento de atividades investigativas utilizando a informática educativa, seja ela desenvolvida em dupla ou individualmente vem a contribuir no processo de ensino e aprendizagem da geometria possibilitando assim a construção dos conhecimentos matemáticos pelos alunos do Teorema de Tales.

Por fim, acredita-se que esses modelos de atividades poderão ser mais uma opção de abordagem do Ensino do Teorema de Tales e possam servir também como auxílio para futuras pesquisas que busquem o desenvolvimento cognitivo do aluno, com atividades diferenciadas do ensino tradicionalmente aplicado em sala, podendo assim despertar maior interesse e motivação.

7. Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e educação matemática. 5ª Ed. Belo horizonte: Autêntica Editora, 2012.

FIORENTINI, Dario; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. História e investigação de/em aulas de matemática. 2ª Ed. São Paulo: Editora Alínea, 2010.

PAPERT, Seymour. A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, Seymour. LOGO: Computadores e Educação. São Paulo: Brasiliense, 1986.

PIAGET, Jean. A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. A Epistemologia Genética. Ed. Vozes, Petrópolis, RJ, 1972.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana ; OLIVEIRA, Hélia. Investigações matemáticas na sala de aula. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.