O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO, INTERAÇÃO SOCIAL E ORIGAMI

Elienae da Costa Nascimento[1]
SEMEC / SEDUC - PA
helioenae@gmail.com

Resumo:
Esta produção versa sobre o processo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico utilizando o Origami, cuja problemática de investigação consistiu em: Como promover o desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o modelo de van Hiele utilizando o Origami em ambiente interativo? Os objetivos foram: analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico em alunos do Ensino Fundamental por meio do Origami; Analisar os padrões de interação mais evidentes; Observar nuances da linguagem características de cada nível; Analisar fatores promotores da construção dos significados geométricos. Este projeto desenvolveu-se a partir de uma pesquisa de campo, abordagem qualitativa, pesquisa-ação em grupo colaborativo e observação participante. A pesquisa contou alunos colaboradores numa escola em Belém-PA. O estudo fundamenta-se no modelo de van Hiele, a Zona de Desenvolvimento Proximal e a Análise Microgenética. Por fim, identificamos os aspectos do desenvolvimento de pensamento, sendo que o principal foi a aprendizagem colaborativa dos sujeitos durante o processo de interação social.
Palavras-chave: Pensamento Geométrico; Origami; Zona de Desenvolvimento Proximal; Análise Microgenética; Grupo Colaborativo

1. Introdução

Este artigo, síntese de uma dissertação concluída, aborda o processo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico em Ambiente Interativo utilizando o Origami, cujo problema de investigação consistiu em saber: Como promover o desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o modelo de van Hiele utilizando o Origami em ambiente interativo?

A partir desta questão elencamos os seguintes objetivos: analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico em alunos dos 3° e 4° ciclos da educação básica via interação professor-alunos e aluno-aluno a partir do uso do Origami; Delinear as características peculiares do desenvolvimento do pensamento geométrico, níveis e fases, segundo modelo de van Hiele, observados durante as aulas; Analisar os padrões de interação em sala de aula mais evidentes durante o processo; Observar nuances da linguagem dos sujeitos focais ao longo do

[1] Licenciado pleno em Matemática pela Universidade do Estado do Pará; Especialista em Informática da Educação; Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

processo do desenvolvimento do pensamento geométrico; Analisar que fatores contribuem na promoção da construção dos significados geométricos.

Quanto aos procedimentos metodológicos realizamos: pesquisa de campo com abordagem qualitativa, sob o enfoque da pesquisa-ação em grupo colaborativo e observação participante, o qual contou com a participação de 9 alunos colaboradores dos 3º e 4º ciclos do ensino fundamental de uma escola do município de Belém-Pa.

A pesquisa fundamenta-se no modelo de van Hiele, Zona de Desenvolvimento Proximal e a Análise Microgenética. Os principais autores que permearam o corpo do trabalho foram: Thiollent (2007), Fiorentini (2004), Vianna (2003), Ludke e André (1996), Vigotiski (2007), Goés (2000), Nasser(1992).

2. O Modelo de Van Hiele

Segundo este modelo, os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de cinco níveis de compreensão de conceitos e aplicação em geometria. O aluno avança de nível através da interação com as atividades específicas. Os níveis de desenvolvimento são: *Visualização*: o aluno percebe as coisas ao seu redor, as figuras geométricas são compreendidas como um todo, por sua aparência ou comparadas com outros objetos de seu cotidiano, não como elementos que possuem componentes e atributos; *Análise*: os elementos e propriedades geométricas são evidenciados para conceitualização dos objetos e figuras. Reconhecimento das partes das figuras, como ângulos, vértices, lados paralelos, etc; *Abstração*: os alunos descrevem, enunciam e determinam as condições necessárias e suficientes que as figuras devem cumprir de maneira formal, ajudando assim na compreensão dos significados e das definições, na busca da construção do pensamento geométrico e seus requisitos; *Dedução*: é possível a partir de premissas, postulados, teoremas, axiomas e definições, realizarmos demonstrações formais até mesmo de várias maneiras, conseguindo raciocinar diante de um contexto complexo ou sistema matemático completo; *Rigor*: é considerado o nível de maior complexidade, sendo os alunos, capazes de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas e estabelecimento de teoremas. Neste nível, é possível desenvolvermos a geometria de maneira abstrata, sem a necessidade de exemplos concretos, o que significa alcançar o mais alto nível de complexidade do rigor matemático.

O modelo possui, além dos seus cinco níveis, algumas propriedades particulares balizadoras nas construções das metodologias de ensino a serem aplicadas pelos educadores

ISSN 2178-034X

que pretendam utilizar-se do modelo como base de apoio didático. São cinco essas propriedades: *Sequencial, Avanço, Intrínseco e Extrínseco, Linguística e Combinação Inadequada e é* importante destacar que uma pessoa pode se encontrar em um nível de pensamento geométrico a respeito de um dado conteúdo e ao mesmo tempo em um nível superior (ou inferior) correspondente a outro conteúdo.

3. Zona de Desenvolvimento Proximal

Para compreender esse Desenvolvimento do Pensamento Geométrico segundo o modelo em uma perspectiva da Psicologia e da Educação como tendência da Educação Matemática, consideramos o desenvolvimento e a aprendizagem do sujeito em contexto social, pois segundo Vigotski (2005), esses aspectos, aprendizagem e desenvolvimento, não são coincidentes, mas interdependentes, visto que o desenvolvimento é favorecido diretamente da aprendizagem. Entretanto a aprendizagem necessita que o sujeito apresente condições de desenvolvimento. Desta forma, para se compreender melhor a relação entre o desenvolvimento e a aprendizagem, destacamos a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Segundo Vigotski (2007), o processo de desenvolvimento do sujeito ocorre em dois níveis denominados de NDR – Nível de Desenvolvimento Real – caracterizado pelo que o sujeito consegue fazer por si mesmo, ou seja, resultado de certo ciclo de desenvolvimento já completo. O outro nível é o NDP – Nível de Desenvolvimento Potencial – caracterizado pelas soluções e diálogos apresentados pelo sujeito a partir de orientação ou interação com outro(s) sujeito(s) que apresentam desenvolvimento superior. Portanto, Vigotski (2007) define ZDP como sendo

> A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (p.97)

Desta forma, a ZDP corresponde a esse distanciamento entre o que se pode solucionar independentemente e que é possível solucionar pelo sujeito colaborativamente, ou seja, é o intervalo entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial de um sujeito.

> A ZPD é o lugar onde, graças aos suportes e a ajuda dos outros, pode desencadear-se o processo de construção, modificação, enriquecimento e

> diversificação dos esquemas de conhecimento definidos pela aprendizagem escolar. (ONRUBIA, 2006. p. 128)

De outra forma, a ZDP corresponde ao conhecimento que está em processo de desenvolvimento e que poderá ou não ser consolidado.

4. A Análise Microgenética em uma Abordagem Histórico-Cultural

O ser humano, muda e modifica a natureza de acordo com sua necessidade para sua existência. Esta ação sobre a natureza é denominada de trabalho e este é o que promove o seu desenvolvimento histórico e por ser específico é também cultural. Diante desta autoconstrução humana ao longo dos tempos, Vigotski (2007) apoiado na abordagem histórico-cultural, desenvolveu sua teoria de construção social da mente, fundamentada nas idéias marxistas e fenômenos psíquicos. Segundo Góes (2000)

> essa análise não é micro porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulares, das esferas institucionais. (p. 15)

A Análise Microgenética pode ser um instrumento metodológico de grande relevância na investigação do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico e a ZDP dos alunos em ambiente escolar, via interações, facilitadas e mediadas pelo processo lúdico da confecção de estruturas poliédricas via Origami para o ensino de geometria.

5. Origami e a Matemática dos Poliedros

Este tópico é dedicado à descrição e análise dos eventos, situações, interações e ações, por meio da pesquisa-ação, que caracterizaram o avanço do pensamento geométrico dos colaboradores, via Origami, segundo o modelo de Van Hiele coadunados com a ZDP e analisados segundo a Análise Microgenética, com o propósito de evidenciar as práticas discursivas existentes durante os vários momentos, de maneira a reconhecer suas relevâncias e suas especificidades em relação aos contextos históricos e culturais.

Para uma melhor explicitação dos resultados, dividimos o conteúdo analisado em seis momentos, assim definido: 1º Momento: Entrevista Diagnóstica; 2º Momento: Conhecendo o Origami e Construindo os Poliedros (1º nível - Visualização); 3º Momento: A Relação de

Euler (2º nível - Análise); 4º Momento: Aplicação da Relação de Euler (3º nível - Abstração); 5º Momento: Entrevista Ratificadora do Desenvolvimento Individual dos Colaboradores.

A partir de uma entrevista, levando em consideração as respostas dos futuros colaboradores, os enquadramos como pertencentes ou abaixo do 1º nível de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, a *Visualização*, pois nenhum deles reconheceu a maioria dos nomes científicos dos poliedros que foram apresentados.

Utilizamos como ferramenta para a Análise Microgenética de investigação das interações e produções de significados em sala de aula, os padrões de interações inspirados no trabalho de Mortimer e Scott (2002), o qual se baseia em cinco aspectos inter-relacionados, observando o papel do professor e estão estruturados em termos de focos do ensino, abordagem e ações. Os aspectos das análises são: Focos de ensino (Intenções do professor e Conteúdo), Abordagens (Abordagens Comunicativas), Ações (Padrões de interação e Intervenções do professor).

Destacamos a seguir um diálogo analisado do 2º momento da pesquisa, desenvolvimento do 1º nível de van Hiele, a *Visualização*, caracterizada pelo reconhecimento dos poliedros pelo seu todo, e em seguida o 5º momento, a entrevista ratificadora dos avanços dos níveis individuais dos colaboradores.

Segundo o modelo de van Hiele, consideramos este momento de interação dos membros do grupo com o Origami, como a 3ª fase da *Visualização*, a *Explicitação*, pois os sujeitos buscaram individualmente ou coletivamente a construção dos sólidos geométricos, como destacado a seguir, no diálogo:

1) Mary (Ma): Eu não entendi esse símbolo, dobra pra cá ou pra cá?
2) Elizabeth (E): Não, é assim, aqui é o centro do papel, aí tu dobras essas pontas, até chegar aqui no centro, faz isso nas quatro...
3) Daniel (D): É assim? (mostrando para Elizabeth suas dobras segundo orientações dela)
4) E: Olha aí Mary, desse jeito!
5) M: Tá, já entendi!
6) D: Depois dobra pro meio de novo? É isso? (com dúvida na repetição do processo na mesma peça)
7) E: Professor venha aqui! Tem que dobrar pro meio de novo?
8) Professor (P): Vocês observaram o diagrama? Tem o mesmo símbolo das dobras que vocês fizeram anteriormente?
9) D: Eu acho
10) M: Fica assim professor (mostrando a peça pronta)

11) Professor (P): É isso aí, então o símbolo do diagrama é o mesmo. Para vocês construírem esse cubo vocês vão precisar de quantas peças dessas que a Mary fez?
12) E e D: Seis
13) P: Então, continuem dobrando, depois nós montaremos o cubo.

É interessante destacar a ajuda de Elizabeth ao questionamento de Mary, pois segundo a ZDP, a aprendizagem de Mary aconteceu mediante ajuda de sua colega, caracterizando assim que o desenvolvimento individual acontece imerso na interação coletiva. Os aspectos chaves do episódio podem ser sistematizados levando em consideração os cinco aspectos da Análise Microgenética:

Intenção do professor	Explorar as ideias dos alunos sobre suas interpretações referente aos símbolos dos diagramas.
Conteúdo	Focalizar na descrição empírica da construção das faces do cubo
Abordagem Comunicativa	Aluno-aluno: interativa/dialógica; Aluno-professor: interativa/de autoridade
Padrões de interação	I-R-F-R-A[2]
Formas de Intervenção	Checar o entendimento dos estudantes a respeito do diagrama; Marcar significados chaves.

Quadro 1: 3ª fase da Visualização: EXPLICITAÇÃO dos símbolos do diagrama.

Os objetivos, do 5º momento, a entrevista ratificadora, foram: identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico alcançado por cada colaborador; quais os principais fatores que contribuíram na aprendizagem em geometria; identificar quais contribuições inter e intrapessoais foram proporcionados por meio destas atividades. As respostas apresentadas pelos colaboradores foram agrupadas de acordo com cada pergunta e na ordem de cada colaborador entrevistado, com o objetivo de facilitar as análises.

14) P: Você achou interessante estudar geometria usando o Origami? Por quê?
15) Harry (H): Sim, primeiro porque eu gosto de matemática e a geometria está relacionada com a matemática. Também me interessei pelo Origami. Eu só tinha visto assim, já pronto, mas não sabia como era feito.
16) Lucas (L): Achei interessante porque me incentivou na escola, a responder as coisas. Antes os professores perguntavam alguma coisa e eu não sabia responder mais agora eu já sei. Eu era tímido, e agora eu tenho coragem de perguntar.
17) E: Eu gostei porque a matemática ficou mais divertida usando o Origami, esclareceu as coisas e ficou mais fácil de resolver as contas de geometria.
18) D: Sim, eu gostei porque desenvolvi muito a matemática, aprendi Origami, várias coisas e muito mais.

[2] Segundo padrões de interação proposto por Mortimer e Scott (2000), I corresponde a Iniciação/pergunta inicial, R é a resposta, F o Feedback para se elaborar melhor sua resposta, P significa uma ação que discursiva que permite o prosseguimento da resposta e A, a avaliação geralmente feita pelo professor.

ISSN 2178-034X

19) Ma: Sim, achei interessante por causa das dobraduras, foi a primeira vez que fiz Origami e acho que aprendi também a geometria.
20) Rodrigo (R): Muito interessante. A geometria faz parte da matemática e a matemática é boa para calcular as coisas, quando aparece assim: há olha lá apareceu esse número! Aí dá pra fazer a conta como 10 mais 10 é 20, é isso. E quando o aluno gosta de matemática aí dá pra estudar geometria. Eu gosto muito de estudar matemática, minhas notas são mais ou menos mais aqui eu me dava uns nove e meio.
21) Karen (K): Sim, porque eu não sabia geometria e o origami ajudou eu aprender, aí eu ensino as outras pessoas e eu também achei legal o Origami!
22) Milla (M): Sim, porque foi mais fácil do que usando livro, foi mais interessante mais divertido e a gente aprende a construir várias coisas usando o Origami.
23) Anali (A): Sim, achei importante, pois ajuda na matemática a partir da construção das peças.

Os colaboradores foram unânimes e favoráveis ao uso do origami para estudar geometria. Quanto aos motivos relatados, destacamos dois aspectos evidentes nas respostas, primeiro o da parceria afetividade e conteúdo, e segundo, da autoestima gerada pelo processo de socialização.

A relação afetividade e conteúdo estiveram presentes em oito das nove respostas, pois nos relatos “a matemática ficou mais divertida usando o origami”, “desenvolvi a matemática, aprendi origami”, “minhas notas são mais ou menos mais aqui eu me dava uns nove e meio”, “eu não sabia geometria e o origami ajudou eu aprender” e “foi mais interessante mais divertido e a gente aprende a construir várias coisas usando o origami”, percebemos que o ensino do conteúdo matemático foi facilitado por intermédio do origami usado nas aulas como instrumento mediador da aprendizagem de geometria.

Quanto à autoestima gerada durante o processo de socialização do grupo, evidentes nas falas, “antes os professores perguntavam alguma coisa e eu não sabia responder mais agora eu já sei”, “ficou mais fácil de resolver as contas”, “quando o aluno gosta da matemática aí dá para estudar geometria” e “eu ensino as outras pessoas” demonstra o quanto é favorável promover atividades pedagógicas em grupo a partir de elementos interessantes aos alunos, promovendo assim uma participação mais afetiva e efetiva de todos.

24) P: Você achou fácil ou achou difícil aprender geometria da forma como foi visto no grupo? Por quê?
25) H: Foi mais fácil, porque dá pra gente vê assim, como é o sólido. Eu gostei de fazer o Origami e quando era pra fazer as operações eu também gostava.
26) L: Foi fácil, eu aprendi mais aqui do que na sala, usando livro, assim não é difícil.
27) E: Fácil, porque é mais divertido, antes eu tinha medo da matemática, agora eu estou mais dedicada.

28) D: Assim é fácil, porque eu aprendi a fazer Origami e aprendi a desenvolver mais a matemática, me ajudou muito, na equação que eu já tinha visto mais não me lembrava aí eu me lembrei agora fazendo essas aulas de origami. Aqui, sei lá, a gente faz um monte de coisas, não sei explicar, é mais divertido!
29) Ma: Assim é melhor. Eu gostei das dobraduras e também aprendi a matemática. O grupo foi legal, antes eu não falava com eles, a influência melhorou e agora eu estou falando mais e perguntando mais.
30) R: Fácil. Porque eu gostei, foi importante e aprendi muita coisa. O Origami ajudou muito, eu até ganhei dinheiro com essas coisas. Eu aprendi fazer aquela flor aqui e estava perto do dia das mães e uma colega da minha mãe gostou e encomendou 72 flores, ai eu ensinei meu pai, minha avó, minha tia e todo mundo me ajudou, até minha irmã veio me ajudar, ela não gosta muito disso mais ela me ajudou a comprar os papeis. Em 2 dias eu fiz as 72 flores, aí mais uma colega gostos e pediu 10 e depois mais 3, aí eu fiz rapidinho e entreguei no mesmo dia depois eu fiz de graça para minha mãe, 4 flores e dei pra ela. Ela disse que ia dá pra colega dela e ela deu duas e ficou com duas. Meus pais acham bacana o que eu faço aqui. Até no primeiro dia de aula que eu tive aqui eu disse: isso é melhor do que ficar na rua, porque na rua a gente pode aprender muita coisa errada e aqui a gente aprende muita coisa bacana. Na matemática acho que melhorei muito.
31) K: Foi fácil. Na minha sala também é fácil mais eu gostei mais desse aqui porque eu prefiro manipular as coisas do que copiar do quadro, que tem que fazer um monte de coisa e manipulando dá para aprender melhor, é mais divertido.
32) M: Fácil. Porque eu gosto de fazer trabalhos manuais e também ajuda na matemática. Agora eu estou vendo equação do 2° grau e tem algumas contas que se faz parecido.
33) A: Foi fácil, eu gostei de construir os sólidos e me ajudou na matemática.

As respostas revelam elementos interessantes a serem destacados, como a inevitável comparação com o provável dia-a-dia escolar destes alunos evidenciados em suas respostas, “eu aprendi mais aqui, do que na sala usando o livro”, “na equação eu já tinha visto mais não me lembrava”, “na minha sala também é fácil mais eu gostei mais desse aqui porque eu prefiro manipular as coisas do que copiar do quadro” e “agora estou vendo equação do 2º grau e tem algumas coisas que se faz parecido”, que mostram a preferência desses alunos pela manipulação de matérias concretos, como elementos mediadores do processo de aprendizagem da matemática, destacando o “saber-fazer” de cada aluno e “implica, ainda, ver a matemática como uma estratégia de ação e como um instrumento que o homem possui para lidar como o mundo.” (MONTEIRO E JUNIOR, 2003).

Outro elemento a ser destacado é a importância do trabalho colaborativo, ou seja, a socialização em processo favorecendo alunos como Mary e Lucas que mostravam-se muito tímidos nos primeiros encontros e após os encontros com o grupo consideramos a partir de suas falas, ações e atitudes terem melhorado bastante nesse aspecto.

Em seguida vieram as perguntas a respeito dos conhecimentos geométricos adquiridos nos encontros do grupo e cujo propósito foi de identificar os reais avanços segundo o modelo de van Hiele.

34) P: Aqui sobre a mesa estão alguns poliedros construídos no grupo durante as atividades. Você saberia dizer o nome deles?
35) H: Cubo ou hexaedro, Dodecaedro, decaedro, icosaedro, tetraedro, octaedro, pentaedro. (falando pausadamente apontando corretamente para os poliedros)
36) L: Pentaedro, outro pentaedro, tetraedro, decaedro, esse aqui é um octaedro, dodecaedro, icosaedro, esse é um cubo-octaedro. Esse outro eu não me lembro, mais tem, ..., deixa eu vê, tem 8 faces, é um octaedro.
37) E: Isso aqui é um tetraedro, isso é um cubo-octaedro, decaedro, isso é um icosaedro, um hexaedro, um octaedro, pentágono ... não, pentaedro e um octaedro.
38) D: Alguns, esse aqui é um tetraedro, esse tem cinco é um pentaedro, esse é um hexaedro, e aqui é um cubo-octaedro, icosaedro, decaedro.
39) Ma: Sim, conheço esses aqui: dodecaedro, pirâmide, decaedro por que tem dez faces, octaedro, esse também é octaedro, icosaedro, dodecaedro e esse tem seis faces é um hexaedro.
40) R: Deixa me vê, o tetraedro, esse é o cubo ou hexaedro, decaedro, deixa eu ver, mais, esse tem 8 é octaedro, esse tem 12 é (silencio) é dodecaedro e aqui o icosaedro.
41) K: Esse aqui é o decaedro, esse é o pentaedro ... esse tem 8 é octaedro, e esse 12, dodecaedro, esse 20, icosaedro, esse também tem 12, dodecaedro.
42) M: Algumas, o cubo, decaedro, hexaedro, tetraedro, octaedro, dodecaedro, cubo-octaedro, pentaedro.
43) A: Cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro, pentaedro, cubo-octaedro.

Esta pergunta foi direcionada para verificar a aprendizagem do nível inicial do modelo de van Hiele da *Visualização*, cujo objetivo era em reconhecer os poliedros pelo nome, e segundo as respostas apresentadas, os alunos mostraram ter atingido esse nível, não havendo dúvidas quanto às relações nome-forma dos poliedros.

A pergunta seguinte introduz nossa verificação quanto ao desenvolvimento do nível seguinte, a *Análise*, que corresponde reconhecer as partes do todo, ou seja, os elementos dos poliedros e inferir alguma propriedade a respeito desses elementos.

44) P: Como você reconhece o nome dos poliedros?
45) H: Pelo número de faces.
46) L: Contando as faces eu sei dizer o nome.
47) E: É pelo número de faces que sabe o nome deles.
48) D: Eu conto as faces
49) Ma: Eu conheço contando as faces.
50) R: Eu identifico pela forma e pelas faces, pelo número de faces e outros pela forma.
51) M: Contando as faces.
52) A: Pelas faces.

O primeiro elemento identificado foi a face, ou seja, os polígonos que compõem o poliedro, pois segundo as respostas apresentadas, são pelas quantidades de faces que se sabe o nome dos poliedros. Outros elementos foram identificados, em seguida.

53) P: Além das faces você identifica o nome de outros elementos nos poliedros?
54) H: Aqui é vértice e esse é aresta.
55) L: Os vértices, quadrados, triângulos e aqui é a aresta.
56) E: Arestas que são essas linhas e vértices que são essas pontas.
57) D: Aqui, os seguimentos são as arestas, os polígonos são as faces e as pontas são os vértices.
58) Ma: Os vértices são essas pontas e as arestas são essas linhas.
59) R: Aqui é vértice e aqui é aresta.
60) K: Vértices e arestas. Vértices são as pontas e arestas são as partes que separam as faces.
61) M: Têm faces, arestas e vértices.
62) A: Tem vértice e aresta. Isso é face, isso é aresta e isso vértice.

Quanto à nomenclatura dos elementos dos poliedros, também não houve divergências, os alunos mostraram segurança nas respostas evidenciando assim resultados satisfatórios para o nível da *Análise*, faltando expressarem a relação matemática envolvendo tais elementos e assim ratificarem a efetivação deste nível.

63) P: Você sabe alguma relação matemática envolvendo esses elementos?
64) H: V menos A mais F. Vértice menos arestas mais faces igual a dois.
65) L: Vértice menos aresta mais face é igual a dois.
66) E: (escreveu no papel a relação de Euler: $V - A + F = 2$)
67) D: Vértice menos aresta mais face, (silêncio) é igual a dois.
68) Ma: Tem. V menos A mais F é igual a dois.
69) R: (escreveu a relação de Euler)
70) K: Tem. V menos A mais F que dá 2.
71) M: Tem a relação de Euler. É assim (escreveu a relação de Euler)
72) A: Eu não me lembro da relação matemática.

Portanto, a respeito do nível da *Análise*, os colaborados mostraram que reconhecem os elementos que compõem os poliedros e que apenas a aluna Anali, por força maior, não conseguiu estabelecer uma relação matemática entre esses elementos. Mesmo assim, consideramos o desempenho da aluna Anali significativo, para uma aluna que ficou três semanas distante do grupo e mesmo assim, conseguiu denominar os poliedros, bem como identificar seus elementos, o que garante um desenvolvimento efetivo dos encontros por ela participados.

O próximo questionamento foi com o propósito de evidenciar resultados efetivos característicos do nível posterior ao da *Análise*, o nível da *Abstração*, partindo do nome de um

ISSN 2178-034X

poliedro que não foi em nenhum momento construído por meio do origami nos encontros, mas o avanço ao nível da *Abstração* dependeu dessa organização lógica do raciocínio de cada colaborador para determinar a quantidade dos elementos dos poliedros em questão. Apresentamos a seguir somente a resposta de um dos colaboradores.

> 73) P: Você saberia calcular os elementos, vértices, arestas e faces, de um dodecaedro com faces quadrangulares? Mostre se possível?
>
> 74) L: Tá, se é dodecaedro tem 12 faces (fala e escreve no papel). Daqui, eu coloco vezes o número de lados que é 4. (pausa para calcular) que dá 48 lados, mais para encontrar as arestas eu tenho que dividir por 2 que dá 12, não, dá 24 (se corrigindo de 12 para 24). Então são 24 arestas. Pra eu encontrar os vértices tem que ser V menos A mais F igual a 2. Aí eu vou encontrar o número de vértices que é V igual a 2 manos A que vai pra cá mais A que são 24 e esse menos F que vem pra cá como menos, não, mais F que vem como menos F (novamente se corrigiu) que é 12, que somando é o número de vértice, que é 2 mais 24 que é 26; 26 menos 12 (pausa) que dá 14 vértices que é o resultado. (fig. 1)

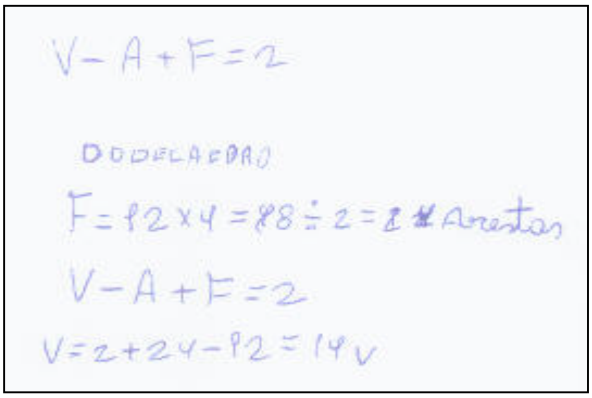

Fig. 1: solução de Lucas para o dodecaedro de faces quadrangulares

Com exceção da colaboradora Anali, os demais conseguiram determinar a quantidade dos elementos dos poliedros em questão de maneira formal mais com peculiares particularidades nas soluções, pois mesmo a aprendizagem acontecendo em processo histórico cultural, existe a individualidade e inferência que são próprias de cada indivíduo.

6. Marcas do Desdobramento

Evidenciamos nessa pesquisa que vários elementos devem ser levados em consideração para o desenvolvimento de pensamento atingido individualmente. Inicialmente destacamos o Origami, evidenciado como um dos elementos mediadores de aprendizagem e principal instrumento motivador à participação dos colaboradores de maneira afetiva e efetiva com e no conteúdo. Outro elemento importante foi certamente a linguagem adequada empregada em consonância aos níveis do modelo de van Hiele e evidenciadas nas mais diversas formas de comunicação, respeitando os limites de cada sujeito do grupo. E finalmente, o elemento que consideramos como o principal fator de promoção ao avanço do pensamento geométrico, a ajuda colaborativa dos membros do grupo entre si durante o processo social interativo de aprendizagem no grupo colaborativo.

De certa forma, o uso do origami mostrou-se como um importante instrumento pedagógico no ensino e na aprendizagem de geometria. Entretanto, é bem provável que essa técnica não contemple todas as etapas e conteúdos do ensino de geometria, e tão pouco estimule a afetividade da totalidade dos alunos e principalmente de todos os professores em matemática, o que nos faz propor aos professores de matemática, que busquem instrumentos interessantes que favoreçam a afetividade dos alunos com os conteúdos a serem explorados.

7. Referências

FIORENTINI, D. Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente? In: BORBA. Marcelo de C. e ARAÚJO Jussara de L. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GOÉS, M. C. R. De. A Abordagem Microgenética na Matriz Histórico-Cultural: Uma Perspectiva Para o Estudo da Constituição da Subjetividade. V. 20, Campinas: Caderno Cedes, 2000.

LUDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. Pesquisa em Educação: abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU,1996.

MONTEIRO, Alexandrina e JUNIOR, Geraldo Pompeu. A Matemática e os Temas transversais. São Paulo: Moderna, 2003.

MORTIMER, E. F e SCOTT, P. Atividade Discursiva nas Salas de aula de Ciências: Uma Ferramenta Sociocultural Para Analisar e Planejar o Ensino. Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre, v.7, n.3. 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm> acesso em: 15 jun. 2006.

NASSER, L. Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? Boletim do GEPEM. Rio de Janeiro. Nº 29, pp.33-38, 1992.

ONRUBIA, Javier. Ensinar: Criar Zonas de Desenvolvimento Proximal e Nelas Intervir. In: COLL, César et al. O construtivismo na Sala de Aula. 6ª ed. São Paulo: Ed. Ática, 2006.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da Pesquisa-Ação. 15ª ed. São Paulo: Cortez, 2007.

VIANNA, Heraldo M. Pesquisa em Educação – A Observação. Brasília: Plano Editora, 2003.

VIGOTISKI, L. S. Pensamento e Linguagem. 3ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

___________. A Formação Social da Mente. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ISSN 2178-034X