

## ATIVIDADES DINÂMICAS E INTERATIVAS PARA O ENSINO DE SIMETRIA

*Luiza Vasconcelos Coimbra*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*luizavasconceloscoimbra@id.uff.br*

*Fernanda da Costa Calsavara*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*calsavara.fernanda@gmail.com*

*Ana Carolina Ferreira Rangel*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*ana.carolina.ferreira.rangel@gmail.com*

*Mariana Moledo Moreira*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*marianamoledomoreira@gmail.com*

*Tayná Lobo da Silva*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*taynalobos@gmail.com*

*Gabriella Marie Lobo Alves Sodré*  
*Universidade Federal Fluminense*  
*gabriellamarielobo@gmail.com*

### **Resumo:**

Simetria é uma transformação geométrica fundamental para a compreensão de diversos conceitos geométricos e de movimentos no plano e no espaço. No entanto, as abordagens apresentadas nos livros didáticos são realizadas, em geral, de forma equivocada, negligenciando o seu elemento principal: a própria transformação geométrica. Assim, foram desenvolvidas quatro fichas de atividades, tendo como suporte o brinquedo “Espelho Mágico”, e um grupo de atividades interativas construídas com o software Geogebra. As fichas versam sobre o conceito de simetria e o uso desta transformação para o reconhecimento e construção de alguns ornamentos no plano. O grupo de conteúdos digitais apresentam novas abordagens dos conceitos envolvidos, explorando as potencialidades dos recursos dinâmicos e interativos do software utilizado. Neste trabalho, apresentaremos as atividades elaboradas e faremos um relato das oficinas realizadas na escola sede do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal Fluminense.

**Palavras-chave:** Simetria; Ensino Fundamental; Material Concreto; Geogebra.

### **1. Introdução**

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental” e tais conceitos possibilitam que o aluno compreenda o mundo em que vive, realizando sua descrição

e representação. As formas e o espaço são os principais objetos de estudo da Geometria. E para o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, cabe destacar, conforme anunciado nos PCN, sobre a importância do estudo das transformações geométricas no plano:

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial (...). Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.51).

No entanto, a partir de pesquisas em alguns livros didáticos nacionais do 6º ano do Ensino Fundamental II, pode-se identificar que, em geral, esse tema é abordado ao fim dos capítulos ou até mesmo no final dos livros didáticos como “saiba mais”, “curiosidades” etc., e muitas vezes de forma equivocada. Em sua dissertação, Mendes (2014, *apud* PASQUINI, 2015) conclui, a partir da análise de três coleções de livros didáticos, que o conceito moderno de simetria tem pouco “eco” no Ensino Fundamental. Segundo o autor:

(...) muitos autores de livro didático fazem uma “análise de simetria bidimensional” usando fotografias e gravuras bidimensionais para o estudo de objetos que são tridimensionais (eles, por exemplo, falam de “eixo de simetria” de uma borboleta, enquanto que, sendo a borboleta um objeto tridimensional, o correto seria considerar “plano de simetria”). (MENDES, 2014, *apud* PASQUINI, 2015, p. 92).

Em nossa opinião, os equívocos cometidos na abordagem desse conceito estão diretamente relacionados à ausência da transformação geométrica como o elemento central do processo. Não concordamos com este papel secundário atribuído ao estudo das simetrias. Assim, foi com este pensamento que elaboramos e desenvolvemos, no âmbito das ações do Programa de Iniciação à Docência (PIBID), o projeto “Simetria e Ornamentos no Plano Euclidiano”.

## 2. Descrição do projeto

O projeto citado tem como objetivo desenvolver uma sequência de atividades significativas e interativas para um estudo inicial de simetria e ornamentos no plano euclidiano no Ensino Fundamental II de Matemática, potencializando o desenvolvimento de atividades interdisciplinares. O material didático desenvolvido no seu primeiro estágio é constituído de quatro fichas de atividades e um material manipulativo: o “Espelho Mágico”; no segundo

estágio do projeto, desenvolveu-se um grupo de atividades interativas utilizando-se do software Geogebra.

## 2.1 Primeira fase: atividades com uso de material concreto

O Espelho Mágico é um brinquedo composto por uma placa de polipropileno (tipo de plástico semelhante ao acrílico). Este instrumento é usado para refletir imagens do outro lado do espelho. A imagem refletida é simétrica à original.

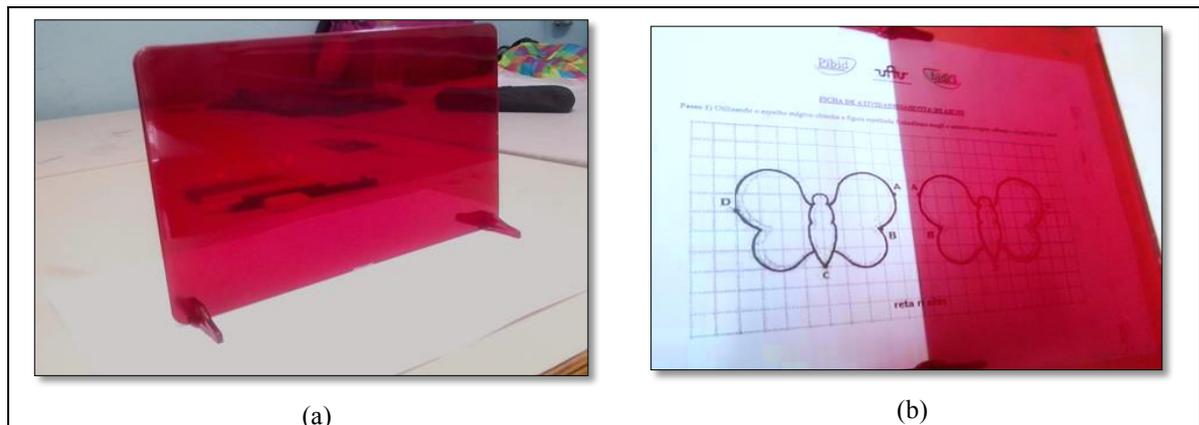


Figura 1: (a) Espelho Mágico (apresentação); (b) Espelho Mágico (sendo utilizado).

Segundo Bastos (2006, *apud* GUESTA, 2012, p.68) o estudo das transformações geométricas pode ser “o ponto de partida para projetos interdisciplinares onde a matemática, em geral, e a geometria, em particular, assumam papéis importantes”. Com efeito, as transformações geométricas podem privilegiar a conexão interna entre os ramos da Matemática (geometria, álgebra e aritmética) e entre esta e outros domínios do saber. Para a elaboração do material didático, foram propostas atividades que articulam Matemática e Arte. De modo sintético, pode-se afirmar que as quatro fichas de atividades contemplam os seguintes objetivos: construir o conceito de simetria por meio de atividades com uso do “Espelho Mágico”; identificar os casos de simetria e assimetria de figuras geométricas planas; identificar padrões e simetrias em mosaicos com padrões geométricos; elaborar um padrão geométrico e ornamentar uma malha quadriculada utilizando o padrão construído; identificar padrões e simetria nas obras de Escher<sup>1</sup>; e elaborar um padrão não geométrico e ornamentar uma malha quadriculada utilizando o padrão construído.

<sup>1</sup> Escher (Maurits Cornelis Escher) foi um artista gráfico holandês que teve suas obras famosas por explorarem construções impossíveis, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e as metamorfoses. Ele também era conhecido pela execução de transformações geométricas nas suas obras.

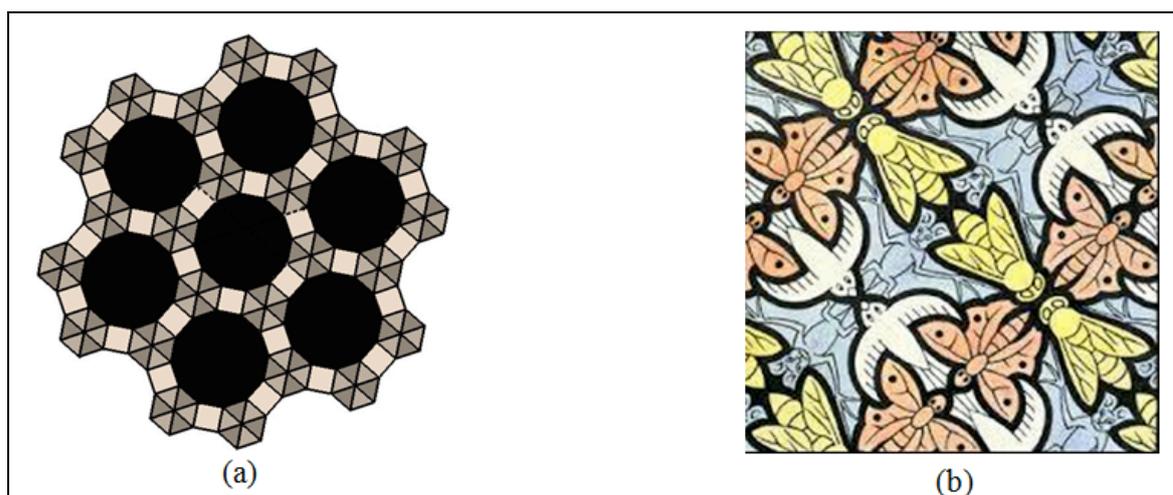


Figura 2: (a) mosaico com padrão geométrico apresentado na ficha de atividade 3; (b) mosaico com padrão não geométrico (inspirado em obras do artista Escher) apresentado na ficha de atividade 4

Por meio das obras de Escher, pretende-se que o aluno perceba a utilização de transformações geométricas na elaboração de obras de arte, permitindo a ele uma visão mais significativa da Matemática. Nesse sentido, Nina, Menegassi e Silva (2008, p.21) consideram que

A conexão entre Artes e Matemática pode trazer uma nova visão para o ensino, neste caso, de geometria. Nas obras de Escher os alunos podem perceber a presença da Matemática em um contexto que a princípio não teria ligação nenhuma com ela, e ainda, que não é necessariamente só os matemáticos que utilizam a Matemática. (NINA, MENEGASSI e SILVA, 2008, p.21)

## 2.2 Segunda fase: atividades com uso do software GeoGebra

Nesse segundo estágio do projeto, investiu-se em uma revisão das fichas de atividades a fim de dinamizar as práticas dos estudantes, possibilitando mais precisão na realização das atividades. Nesse sentido, o uso de softwares matemáticos tem-se mostrado de grande valia para a reconstrução do ambiente da sala de aula de matemática. Em nosso projeto, optamos pelo uso do software Geogebra (<http://www.geogebra.org/>).

O Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica, desenvolvido para o ensino e a aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). Silva (2012) afirma que o uso do Geogebra promove o incentivo à criatividade e descoberta; possibilita a exploração de diversos conceitos; quando bem manipulado, favorece o desenvolvimento de diversas habilidades por parte dos alunos; consiste numa ferramenta motivadora; contribui no processo de argumentação e de dedução que a

transmissão e/ou aquisição do conhecimento matemático exige. A característica interativa dos softwares de matemática dinâmica possibilita aos alunos, por meio de diversos experimentos, se apropriarem do objeto ou do resultado geométrico proposto na atividade (OLIVEIRA, 2013). Segundo Gravina (1996), o uso de softwares matemáticos dessa natureza possibilita que o aluno experimente, crie estratégias, faça conjecturas, argumente e deduza sobre os conceitos e propriedades matemáticas.

Assim, os grupos de conteúdos digitais elaborados nesse segundo estágio do projeto visam também proporcionar um ambiente dinâmico e interativo que possibilite as ações citadas. Além disso, as atividades elaboradas apresentam novas abordagens para os conceitos envolvidos. A atividade proposta para a construção intuitiva do conceito de distância de um ponto à reta é um bom exemplo disso. Tradicionalmente apresentada no ensino médio, a abordagem deste conceito é possibilitada e potencializada pelo uso do recurso computacional. Esta antecipação simplifica o desenvolvimento das questões relacionadas ao conceito de simetria.

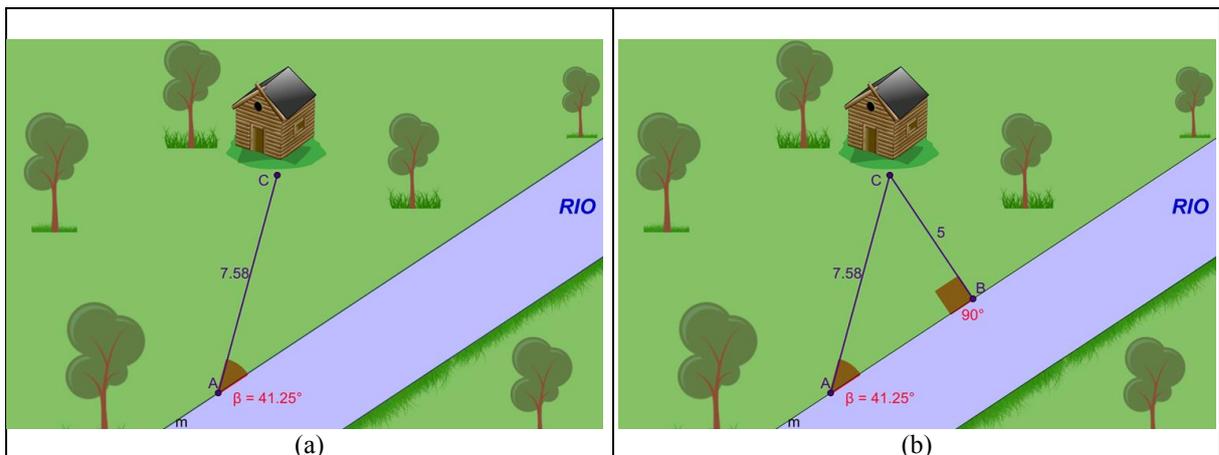


Figura 3: (a) imagem inicial onde se permite ao aluno arrastar o ponto pertencente à margem do rio, alterando a distância entre a cabana e a margem do rio; (b) imagem da verificação da resposta.

As atividades elaboradas podem ser classificadas, *a priori*, em dois grupos. As do *tipo I* (figura 4), que corresponde a atividades de visualização e observação, onde o aluno, por meio de um passo a passo, é estimulado a observar os elementos essenciais para a construção do conceito de simetria. As do *tipo II* (figura 5), que são atividades interativas de construção de figuras simétricas, com *feedback* em tempo real para o estudante das suas escolhas.

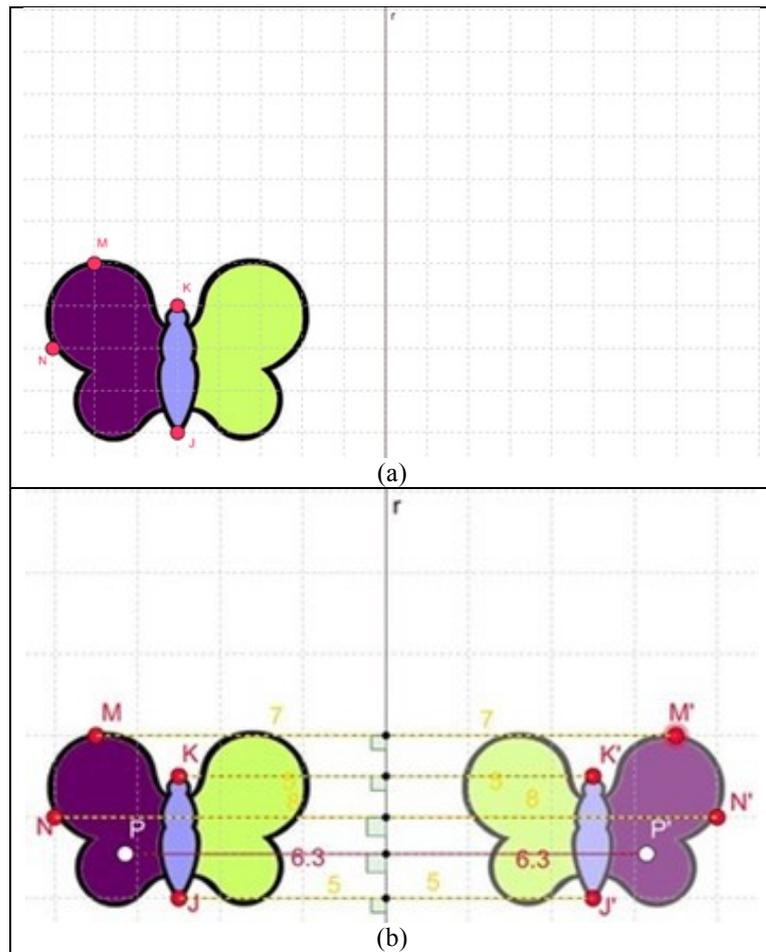
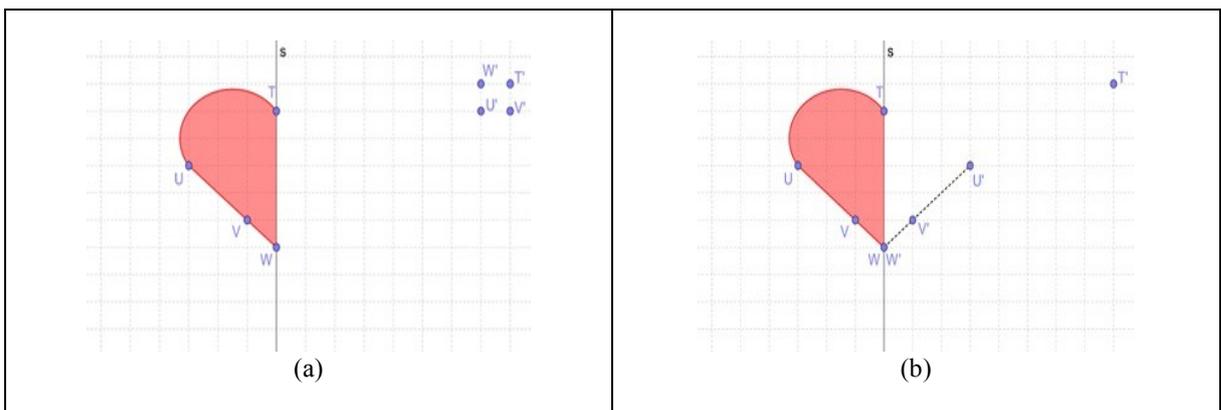


Figura 4: (a) da atividade; (b) relação à reta  $r$  e

distâncias dos pontos da imagem inicial, e seus respectivos pontos-imagem, com relação à reta  $r$ .

imagem inicial  
reflexão em  
verificação das



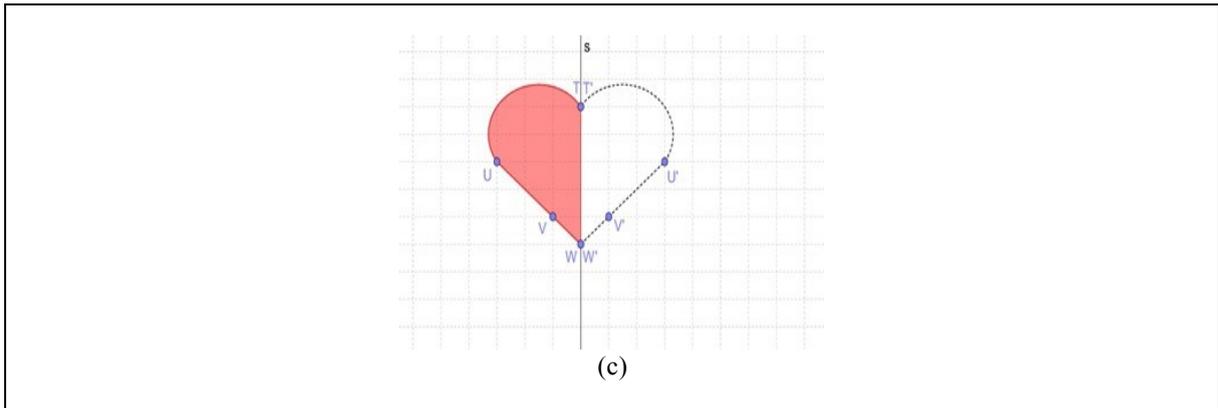


Figura 5: (a) imagem inicial da atividade; (b) início da construção da imagem simétrica a partir da organização dos pontos imagens; (c) construção da figura simétrica.

### 3. As experiências didáticas

As atividades descritas neste trabalho foram aplicadas em turmas do 6º e 9º anos do ensino fundamental II da escola C. E. Manuel de Abreu, sede do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal Fluminense.

As atividades do primeiro estágio do projeto foram aplicadas em formas de oficinas, em 2014 e 2015, durante as aulas regulares de matemática. Já as atividades do segundo estágio foram aplicadas durante o evento “Brincando com a Matemática”, realizado com os alunos do 9º do ensino fundamental, em outubro de 2015.

Nas duas últimas das cinco oficinas realizadas com as atividades do primeiro estágio, foi aplicado um questionário com cinco itens, solicitando que cada um dos alunos escolhesse um ícone (um *smile*) que representasse sua opinião com relação à questão proposta. Responderam ao questionário 44 alunos das turmas 901 e 902 que participaram das atividades. Como síntese dos dados, obteve-se o gráfico a seguir:

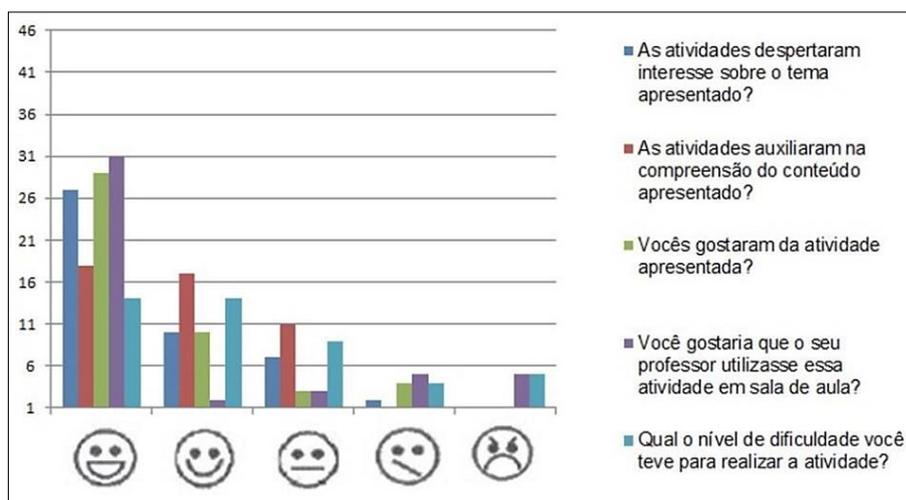


Figura 6: Gráfico da avaliação das turmas 901 e 902 que participaram das duas últimas oficinas das atividades da primeira fase.

Ao analisar o gráfico, percebe-se que a realização das atividades agradou a grande maioria do público participante. Cabe destacar, no entanto, que há ainda um pequeno grupo (cerca de nove estudantes) que ainda teve bastante dificuldade em realizar as atividades. Atribuímos isso à resistência que alguns alunos possuem com respeito ao ato de desenhar (isso era pedido ao final da quarta e última atividade).

No evento “Brincando com a Matemática”, trinta alunos do 9º ano do ensino fundamental realizaram as atividades digitais produzidas no segundo estágio de desenvolvimento do projeto. Dessa experiência, aferimos que as atividades atingiram às expectativas no que diz respeito à construção do conceito de simetria. Os estudantes demonstraram curiosidade acerca da utilização do software e participaram de forma mais ativa na realização das atividades.



Figura 7: (a) aluna realizando uma atividade do primeiro estágio do projeto na última oficina aplicada; (b) alunos realizando uma atividade de tipo 2 no evento “Brincando com a Matemática”.

#### 4. Considerações finais

O uso do “Espelho Mágico” e instrumentos de desenho e pintura despertou a curiosidade dos alunos, motivando-os para a realização das atividades. Este recurso, aliado às atividades propostas possibilitou a construção do conceito de simetria pelos alunos. Além disso, nas oficinas foram discutidas questões relacionadas à presença do conceito de simetria no cotidiano. Diversos objetos do mundo físico – como, por exemplo, tapeçarias, cerâmicas, bordados, ladrilhamento de azulejos etc. – foram levantados pelos próprios alunos.

Com o auxílio do software Geogebra, obtivemos mais dinamismo e maior precisão na realização das atividades de simetria. Cabe destacar a simplificação no desenvolvimento das atividades de simetria proporcionada pela construção intuitiva do conceito de distância de um ponto à reta.

De modo resumido, pode-se considerar que as experiências didáticas realizadas alcançaram suas metas iniciais. Os estudantes experimentaram, interagiram com o material didático elaborado (seja ele o material concreto ou os conteúdos digitais), observaram padrões e regularidades, criaram conjecturas, construindo o conceito de simetria. No momento presente, o grupo, dando continuidade ao projeto, está desenvolvendo atividades para a construção de ornamentos do plano euclidiano.

#### 5. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo financiamento do subprojeto da Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal Fluminense e ao C.E. Manuel de Abreu, escola sede do nosso subprojeto.

#### 6. Referências

BASTOS, R. Notas sobre o ensino da Geometria: Transformações Geométricas. **Revista Educação e Matemática**. n. 88, p. 23-27, set., out. 2007. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/\\_23-27\\_lq\\_473c3886b161.pdf](http://www.apm.pt/files/_23-27_lq_473c3886b161.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2011.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.

GIESTA, L. F. M. **Dando movimento à forma:** as transformações geométricas no plano, na formação continuada à distância de professores de Matemática. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria.** In: VII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 1996, Belo Horizonte. Anais. Belo Horizonte, 1996.

MENDES, C. O. A. S. **O Conceito Moderno de Simetria nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental:** Uma Análise. 48 f. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática), Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2014.

NINA, C. T. D.; MENEGASSI, M. E. J. e SILVA, M. M. Exploração de trabalhos de Escher em aulas de geometria. **Boletim Gepem**, nº 53, p.111-132, jul./dez.. 2008.

OLIVEIRA, L. L. **Geometria dinâmica no ensino da circunferência:** uma contribuição do PIBID – UFF. 53f. Monografia (Licenciatura em Matemática) Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013.

PASQUINI, R. C. G.; BORTOLOSSI, H. J. **Simetria:** história de um conceito e suas implicações no contexto escolar. Série história da Matemática para o ensino, v. 9. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, J. W. A. et al. O uso do Geogebra no estudo de alguns resultados da Geometria Plana e de Funções. In: 1ª. CONFERÊNCIA LATINO AMERICANA DE GEOGEBRA. 2011. São Paulo. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**. v. 1, n. 1. 2012.