

ESTUDO DAS POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS COM O USO DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM: RELATO DE EXPERIÊNCIA

Yara Patrícia Barral de Queiroz Guimarães
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/CEFET-MG
yaralarrab@hotmail.com

Adilson Lopes de Oliveira
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/CEFET-MG
adilsoncefet@hotmail.com

Christiano Otávio de Rezende Sena
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais /CEFET-MG
christianosena@gmail.com

Resumo:

O presente trabalho é um Relato de Experiência que visa apresentar o trabalho realizado em duas turmas da terceira série do Ensino Médio, estudantes do CEFET/MG. Foi elaborado um Objeto de Aprendizagem sob um enfoque investigativo, utilizando o Geogebra como apoio, para o ensino do conteúdo Estudo de Retas, em Geometria Analítica. Os alunos levaram notebooks para a sala de aula, com o programa instalado, e a atividade foi aplicada durante o período normal de aulas, tendo um resultado bastante satisfatório.

Palavras-chave: Atividade Investigativa; Estudo de Retas; Geogebra; Geometria Analítica; Objeto de Aprendizagem.

1. Introdução

O computador é, atualmente, uma ferramenta essencial em qualquer segmento da sociedade. Já não se pode pensar em uma instituição de ensino que não utilize essa tecnologia em seu dia-a-dia, não apenas em serviços administrativos, mas também em sala de aula, como uma metodologia didática.

Diversos softwares já são conhecidos no mercado, como o Cabri-Geomètre, o Winplot, o Maple, o MatLab e tantos outros; sendo que muitos deles são gratuitos, podendo ser baixados gratuitamente da Internet, como é o caso do Geogebra.

Ao se pensar em utilizar esses e outros softwares no cotidiano das aulas, facilmente se verifica a necessidade de novas propostas para o ensino de conteúdos matemáticos importantes, como a Geometria Analítica.

A Geometria Analítica é um dos assuntos em que o aprofundamento no estudo da Matemática gera grandes construções, especialmente, quando associado ao Cálculo Diferencial e Integral.

Esse Objeto de Aprendizagem teve como proposta uma investigação dentro da Geometria Analítica, particularmente no que diz respeito ao Estudo de Retas, quanto à sua inclinação e posição relativa em relação a outras retas. Para isso, utilizamos o Geogebra como apoio, por ser um programa gratuito, de fácil manuseio e que oferece a possibilidade da visão dinâmica. É uma oportunidade de o aluno trabalhar em um ambiente de construção e responder a perguntas básicas sobre o assunto, no momento em que se realiza a experimentação, a descoberta de padrões e a obtenção de conclusões. Não apenas sob o enfoque matemático, somente através de uma experiência é que se pode diferenciar o real do abstrato.

Esta atividade foi aplicada a alunos regularmente matriculados em duas turmas da terceira série do Ensino Técnico Integrado ao Médio, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Campus Belo Horizonte. Foi feito um levantamento junto aos alunos para detectar aqueles que tinham *notebook* e que poderiam levar para a sala de aula, e verificamos que em uma turma de 25 alunos havia dez computadores disponíveis e em outra com 18 alunos, sete computadores.

Antes de aplicar as atividades, aconteceu a apresentação da interface do software, mostrando os ícones e os vários comandos disponíveis. Nas duas turmas, a introdução do estudo da Geometria Analítica já havia acontecido, começando em Estudo do Ponto e chegando até o Estudo da Equação da Reta.

As questões levavam os alunos a construir os conceitos e tirar as devidas conclusões, assimilando a ideia no momento em que experimentavam e registravam os resultados. Depois que todos os grupos terminaram a atividade, aconteceu a socialização. Levantamos a discussão geral sobre o assunto e representantes de cada grupo leram suas respostas.

2. Fundamentação Teórica

Segundo Wiley (2000, p. 3) citado por Macedo (2007, p. 20) um Objeto de Aprendizagem é “qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino”.

Para o desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem podem ser utilizadas imagens, animações, arquivos de texto ou hipertexto, variando desde uma animação simples até uma apresentação de *slides* (Macedo, 2007). Qualquer Objeto de Aprendizagem deve ter um objetivo educacional bem definido, de modo a despertar no estudante a reflexão visando o aprendizado do conteúdo ali proposto. Particularmente neste caso, o Objeto de Aprendizagem foi desenvolvido utilizando o programa Geogebra, para o conteúdo Estudo das Retas, em Geometria Analítica.

A experiência com o uso do computador em sala de aula como metodologia didática sempre pode ser muito rica, como afirma Borba (2001):

As atividades, além de naturalmente trazerem a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia ou de física. (Borba, 2001, p. 34)

Muitos professores e estudantes têm computador em casa, mas não sabem usá-lo da melhor forma, utilizando-o apenas para digitar materiais e fazer pesquisas na Internet, o que é corroborado pelo comentário do formando de um curso de Licenciatura, apresentado como exemplo por Ponte (2006):

O início do semestre coincidiu com uma aquisição que fiz de um computador. A princípio usava-o somente como uma máquina de escrever; atualmente, já o uso como um computador, capaz de fazer mais coisas do que uma simples máquina de escrever. (Ponte, 2006, p. 179)

Por meio de atividades investigativas, com a roupagem de um Objeto de Aprendizagem, tem-se aqui a proposta de investigar e analisar o quanto um ambiente informatizado pode contribuir para esse aprendizado, sempre utilizando da interação entre

alunos-alunos e alunos-professor, com base na visão de Ponte (2006), para atividades investigativas, e do trabalho organizado por Prata e Nascimento (2007), e publicado pelo Ministério da Educação, para *Objetos de Aprendizagem: Objetos de Aprendizagem Uma Proposta de Recurso Pedagógico*.

Como a proposta investigativa de Ponte consiste exatamente em uma atividade em que ocorra o diálogo do início ao fim, ratifica-se a intenção de participar durante todo o processo junto ao aluno, uma vez que o computador pode ser um grande aliado no trabalho diário do professor de Matemática, no sentido de contribuir para o aprendizado por meio da experimentação. Borba (2001) mostra como essa ferramenta pode ser utilizada:

O computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc. E, nesse sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta a questões ligadas à cidadania. (BORBA, 2001, p. 17)

Uma vez que investigar significa descobrir o que não é conhecido, com uma atividade investigativa o aluno tem a possibilidade de pesquisar sobre o conteúdo proposto por seu professor, generalizando e produzindo significados, construindo seus conceitos. Tratando-se de uma atividade investigativa de matemática, Ponte (2006, p. 13) afirma que “para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” e acrescenta que “o processo de criação matemática surge aqui fértil em acontecimentos inesperados, de movimentos para a frente e para trás” (2006, p. 15).

Desse modo, mesmo que as atividades investigativas não tenham o resultado inicialmente desejado, haverá um crescimento do aluno a partir do momento em que vivencia novas experiências de aprendizagem. Mesmo que inicialmente não interprete corretamente uma questão proposta, de qualquer modo aconteceu a busca por aquele significado e na etapa da socialização, esse aluno terá a oportunidade de rever os conceitos por ele construídos e corrigir seu pensamento, no caso da construção de um significado matemático.

Vale ressaltar que uma investigação em matemática precisa ser organizada de forma que nenhuma etapa da construção do conhecimento se perca. Nesse sentido, Ponte, (2006, p. 21) apresenta os processos que devem ser realizados:

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática. • Explorar a situação problemática. • Formular questões.
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados. • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes. • Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura. • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: Ponte, 2006, p. 21.

De acordo com o Quadro 1, o primeiro momento é exatamente o da exploração, quando há o reconhecimento da situação problemática proposta; o segundo momento da investigação deve ser a organização de dados e formulação de conjecturas; quanto ao terceiro momento, Ponte propõe uma fase de testes e reformulação; por fim, no que diz respeito à justificação e avaliação é um momento em que os alunos terão seu conhecimento avaliado no momento em que devem fazer uma atividade escrita (avaliativa ou não!), justificando os pensamentos formulados e se autoavaliando, a partir da análise do professor, com a apresentação de seus resultados.

3. Relato de uma experiência didática

A experiência aqui proposta diz respeito à utilização de um Objeto de Aprendizagem em duas turmas da 3ª série do Ensino Médio Integrado, uma do curso técnico em

Eletrotécnica e outra do curso técnico de Eletrônica. Nas duas turmas, as atividades aqui apresentadas foram aplicadas durante o período normal de aulas.

Os alunos levaram os computadores numa data combinada, com o Geogebra instalado e as atividades foram levadas impressas. Durante todo o tempo, os alunos foram auxiliados na compreensão das atividades e no manuseio dos comandos do programa, mas a autonomia e independência de cada um também foram trabalhadas, no momento em que foram incentivados a buscar, por si sós, a resolução das atividades. Percebeu-se que a ação em grupo enriqueceu bastante o trabalho (foram três alunos por notebook), uma vez que possibilitou a discussão entre os três e a coordenação das tarefas: enquanto um operacionalizava o programa, os outros dois elaboravam os registros.

O trabalho aconteceu em cada turma separadamente, no horário da aula de Matemática. Percebemos que uma grande quantidade de alunos têm *notebook* e levavam para a sala de aula; fizemos um levantamento sobre quantos alunos poderiam levar o computador para a sala no período das aulas, para ser utilizado em uma atividade didática. Assim, seriam possíveis 10 computadores na turma de Eletrotécnica e 7 na turma de Eletrônica.

Os alunos foram orientados para que instalassem o Geogebra, a partir da página www.geogebra.org, que é a página oficial do autor do programa. Na data combinada, os alunos levaram os computadores para a sala de aula e se sentaram em grupos, de dois e três alunos por computador.

Antes de acontecer essa atividade, as turmas já tinham visto alguns conteúdos da Geometria Analítica: * Plano Cartesiano e pares ordenados; * Ponto Médio e Baricentro; * Condição de alinhamento entre três pontos; * Área de triângulos no plano cartesiano; e * Equações da reta. Desse modo, a atividade foi elaborada de modo a atender ao que os alunos conseguiriam interpretar.

O objetivo principal desse Objeto de Aprendizagem é possibilitar aos alunos uma oportunidade de construir os conceitos que envolvem o estudo da posição relativa entre duas retas, como sejam Paralelas, Perpendiculares ou Concorrentes. Por meio de investigações, experimentações e discussões, os alunos chegaram a conclusões sobre o tema.

3.1. Exploração e formulação de questões

As questões da atividade foram elaboradas de modo a deixar que os alunos explorassem o programa e seus recursos. Antes de iniciar, o programa foi apresentado aos alunos e seus principais comandos foram estudados rapidamente; como o Geogebra apresenta uma interface de fácil manuseio, os alunos não sentiram dificuldades em compreendê-lo e utilizá-lo.

As três primeiras questões da atividade tratavam de mostrar aos alunos a diferença entre a reta de uma função crescente e de uma função decrescente. Os alunos deveriam digitar uma função generalizada $y = ax + b$ e, através do comando Controle Deslizante, eles fariam movimentações com a reta de modo a fazer com que $a > 0$, $a < 0$ e também $a = 0$. Assim, fizemos uma revisão a respeito do estudo de Função Afim e de Taxas de Variação de uma Função.

Nas primeiras questões, os alunos foram orientados durante a interpretação dos enunciados, de modo a confirmar que não havia nenhum texto com possibilidade de dupla interpretação. Da quarta questão em diante, os alunos se sentiram seguros para finalizar sozinhos.

Os alunos fizeram uma rápida leitura por toda a atividade, para compreender o objetivo que lhes foi apresentado. Ao perpassar pelas demais questões, os alunos buscaram o entendimento geral de modo a conhecer o caminho a ser percorrido.

3.2. Conjecturas e Testes

Em todas as questões, a experimentação foi o grande protagonista da ação. Para as primeiras questões, o objetivo era fazer com que os alunos se familiarizassem com o programa Geogebra e relembassem o conceito de Inclinação de uma reta. Assim, o Quadro 2 mostra um exemplo de resposta de um grupo de alunos:

Quadro 2: resposta de um grupo de alunos para as três primeiras questões.

CEFET – MG	Disciplina: Matemática	Profª Yara P.B.Q. Guimarães
Turmas: 3ª série do Ensino Médio	Assunto: Geometria Analítica	Atividade prática – 1º B. / 2016
<p>1. Digite uma equação $y = ax + b$, na caixa Entrada. Quando aparecer uma mensagem, escolha a opção “Criar Controles Deslizantes”.</p> <p>2. Clique no Controle Deslizante “b” e mova-o pelo segmento de reta, observando o que acontece com a reta. Registre sua observação abaixo.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Ocorre um deslocamento da reta no eixo 'x' e 'y' proporcionalmente sem alterar a inclinação.</p> </div> <p>3. Agora, mantendo fixo um valor para “b”, movimente o Controle “a” e observe as modificações na reta. Anote suas observações.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>A inclinação da reta se altera sem que o ponto sobre o eixo 'y' se desloque.</p> </div>		

Percebe-se que os alunos desse grupo compreenderam bem as alterações que ocorrem com a reta quando se altera o valor do coeficiente angular ou o valor do coeficiente linear.

A linguagem usada pelos alunos é bastante interessante, pois conseguem observar que há um deslocamento, mas registraram que esse deslocamento aconteceu nos eixos “x” e “y”. Nesse momento, foi feita uma interferência para ressaltar que esse deslocamento ocorre apenas no eixo vertical. Ao fixar o coeficiente linear e alterar o valor do coeficiente angular, esse grupo percebeu que a inclinação da reta se altera.

Os alunos dessa instituição de ensino técnico viram Definição de Funções e Função Afim na 1ª série, e também estudaram Noções de Limite, Derivada e Integral na 2ª série do Ensino Médio; com isso, eles já tinham bom conhecimento sobre Inclinação de Retas.

O Quadro 3 apresenta as respostas de um grupo de alunos para a Questão 4, cujo objetivo era constatar que, se duas retas são paralelas, então elas têm igual coeficiente angular.

Quadro 3: resposta de um dos grupos de alunos para a Questão 4.

4. Clique na 4ª janela de comandos e escolha a opção “Reta Paralela”, clicando nela. Então, clique na reta que já está construída e depois fora dela, marcando um ponto. Observe a nova reta construída. Reta ORIGINAL = $y = 2x + 1$

a) Registre a equação da nova reta.
A equação da nova reta é: $y = 2x - 7$

b) Construa mais algumas retas paralelas à primeira construída e registre a equação de cada uma.
Outras retas: $\rightarrow y = 2x + 3$
 $\rightarrow y = 2x - 20$

c) Comparando todas as equações das retas paralelas com a equação inicial e também entre as próprias paralelas, o que pode ser observado.
Podemos observar que tendo valores de “b” diferentes porém valores de “a” iguais (coeficientes angulares), temos retas paralelas entre si.

Como mostra o Quadro 3, os estudantes conseguiram perceber essa relação e registraram o que constataram. A maioria dos grupos registrou respostas parecidas com estas. Já o Quadro 4, a seguir, traz um exemplo de respostas para as Questões 6 e 7, que dizem respeito ao estudo das Retas Perpendiculares.

Quadro 4: resposta de um grupo de alunos para as Questões 6 e 7.

6. Vá novamente para a 4ª janela de comando e clique em “Reta Perpendicular”. Em seguida, clique na reta inicial e depois em um ponto qualquer da reta. Registre a equação da reta perpendicular à primeira reta.
 $d: y = 2x - 2$

7. Construa mais algumas retas perpendiculares à primeira.

a) Registre as equações de algumas retas perpendiculares à primeira reta construída.
 $e: -2y = x + 2 \sim 2y = -x + 2$
 $f: -2y = x - 14 \sim 2y = -x + 14$

b) Comparando essas equações, o que podemos observar? Registre suas observações.
Observamos que a inclinação se tornou negativa (oi) em relação à reta original, e “b” se alterna de acordo com o deslocamento da reta no eixo “x”. O coeficiente angular entre as retas tem uma proporção

Nesta questão, alguns alunos entenderam que os coeficientes angulares das equações de duas retas perpendiculares eram apenas opostos. Ao investigar junto aos alunos se essa

interpretação estava correta, constatamos que eles chegaram a essa conclusão porque o enunciado da questão pedia apenas para deixar fixo o valor de “ a ” e como muitos fixaram $a = 1$, os alunos encontraram 1 e -1 para esses coeficientes angulares. Percebendo o erro, foi sugerido então que modificassem o valor de a para 0,5 e depois para 3; assim, os alunos conseguiram entender que os coeficientes angulares não eram apenas opostos, mas também inversos. Desse modo, o enunciado da questão foi modificado e, optou-se também por modificar o enunciado da Questão 7, para que o aluno possa chegar à conclusão correta a partir da análise generalizada.

Com as modificações, acredita-se que quando esta atividade for aplicada novamente em outras turmas, os alunos terão condições de chegar aos conceitos corretos, ou seja, de que duas retas perpendiculares têm coeficientes angulares opostos e inversos.

3.3. Avaliação

A avaliação desta atividade aconteceu no momento em que todos os alunos terminaram. Para cada questão, um representante do grupo lia a resposta registrada; para questões diferentes, buscamos sempre representantes diferentes, de modo a permitir que todos os alunos participassem de alguma forma. Em cada uma das questões, esperou-se que todos os grupos lessem suas respostas, e então a professora fechou uma conclusão sobre o assunto, a partir dos argumentos dos próprios alunos.

Depois que todas as questões já tinham sido apresentadas, aconteceu o fechamento do assunto, quando os próprios alunos enunciaram as condições de paralelismo e perpendicularismo entre retas.

Nas atividades não era necessário que os alunos colocassem o nome; a última pergunta da atividade solicitava a opinião deles; se consideravam que a atividade contribuiu para o aprendizado do conteúdo e, se não houve contribuição, que fosse apresentada uma justificativa. Foi explicado aos alunos que essa justificativa serviria para a melhoria das questões, de modo a torná-las mais atraentes.

Todos responderam que houve contribuição para o entendimento do assunto e, apesar de não terem registrado nenhuma opinião nas folhas, alguns alunos se manifestaram oralmente com as afirmações:

“Foi uma aula mais agradável e interessante!”

“Gostei de investigar o que ocorre com as retas e de buscar novos resultados.”

“Haverá uma atividade assim também para o Estudo da Circunferência?”

Com base nesses comentários e no desempenho dos alunos durante a execução foi desenvolvido o planejamento de elaboração de novas atividades para a continuação do estudo da Geometria Analítica. Percebeu-se que, não apenas pelo aprendizado do conteúdo matemático, mas muito também pela vivência de experimentações, essa atividade contribuiu de forma significativa para a compreensão do conteúdo Posições Relativas de Retas no Plano Cartesiano.

4. Considerações Finais

Um Objeto de Aprendizagem é, sem dúvida, uma das grandes ferramentas que poderão ser utilizadas pelos professores de Matemática, particularmente. O uso das novas tecnologias se faz tão necessário à medida que se deseja alcançar um público cada vez mais envolvido com tais tecnologias.

As redes sociais fazem parte da realidade da maioria desses alunos, bem como o uso da Internet. Obviamente, para isso, todos já fazem uso comum de computadores.

Nesse sentido, o uso desse Objeto de Aprendizagem foi bastante satisfatório. Os alunos rapidamente se familiarizaram com o Geogebra, descobrindo seus recursos com facilidade.

A partir de uma investigação, em que a experimentação foi a protagonista, os alunos se perguntaram e se responderam, duvidaram, questionaram e, após vários testes, convenceram-

se da veracidade de algumas conclusões obtidas. Desse modo, a utilização deste Objeto de Aprendizagem como recurso didático foi uma grande experiência para estes pesquisadores, uma vez que alcançou o esperado: o aprendizado dos alunos.

Conforme sugestão de alguns alunos, para continuidade do conteúdo, será elaborado novo Objeto de Aprendizagem, no mesmo formato deste, para o conteúdo Estudo da Circunferência.

5. Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

MACEDO, Laércio Nobre de. [et al]. **Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem**. In: Objetos de Aprendizagem Uma proposta de Recurso Pedagógico. Org.: Carmem Lúcia Prata, Anna Christiana Aun de Azevedo Nascimento. Brasília: MEC, SEED, 2007.

Página consultada: www.geogebra.org.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1ª Ed. 2ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.