

## USO DO GEOGEBRA POR MEIO DO TABLET NO ESTUDO DAS FUNÇÕES

*Autora: Fernanda Coelho Goodwin  
Instituição: Colégio Metodista Izabela Hendrix  
E-mail: fernandacoelhog@terra.com.br*

*Coautora: Tania Fernandes Bogutchi  
Instituição: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais  
E-mail: tania.bogutchi@gmail.com*

### Resumo:

Este artigo faz parte de uma pesquisa de mestrado sobre o uso da tecnologia da informação - TI na educação. A partir de uma experiência em sala de aula do 9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola particular de Belo Horizonte, foram detectadas as dificuldades conceituais e gráficas dos alunos. Dessa maneira, optou-se por apresentar o estudo das funções do primeiro e segundo grau utilizando o *software* GeoGebra no *tablet*. O objetivo é auxiliar o trabalho pedagógico do professor na tentativa de levar os alunos a compreender, por meio da construção, experimentação, manipulação e visualização gráfica, os conceitos matemáticos de uma forma mais dinâmica e interativa do que estão habituados e aproximar a matemática de seu cotidiano. Foram realizadas oficinas mediadas pelas tecnologias da informação, gerando diálogos e motivação entre os grupos de alunos, ao aplicarem as tarefas propostas.

**Palavras-chave:** Tecnologia da informação; Tablet; GeoGebra; Função; Gráfico.

### 1. Introdução

Durante as aulas do mestrado, a partir das leituras sugeridas e também das participações no Grupo de Pesquisa em Ensino e Informática e Metodologias para o Ensino de Matemática – GRUPIMEM/ PUC Minas, ficou evidente a necessidade de aliar a teoria à prática, na intenção de melhorar o trabalho pedagógico em sala de aula. Face às inquietações sobre o uso didático das tecnologias da informação – TI como ferramentas de ensino, buscou-se fundamentação teórica para ressignificar as experiências em sala de aula.

Silva e Ferreira (2009) afirmam que a manipulação gráfica mediada pela TI, por meio de *software*, constitui um elemento fundamental na visualização, de maneira que as imagens podem ser dinâmicas e analisadas pelos alunos em outras formas de registrar o conhecimento.

De acordo com Valente (1996), a tecnologia poderá ser usada para apoiar a realização de uma pedagogia que proporcione a formação dos alunos, possibilitando o desenvolvimento de habilidades que serão fundamentais na sociedade do conhecimento.

Sendo assim, este artigo pretende apresentar uma experiência em sala de aula para a constituição da prática docente usando a TI, pois, atualmente, uma grande quantidade de alunos, ao entrar na escola, traz em sua bagagem alguma familiarização com o uso da TI. É preciso considerar que todo aprendizado deve envolver, além de esforço e trabalho, o prazer da compreensão e o de sua inserção em seu cotidiano. O uso da TI seria, ainda, uma alternativa ao modelo tradicional de educação, no qual o professor apenas transmite informação para os alunos por meio de atividades de memorização, seja na resolução de problemas e quanto na repetição de fórmulas à exaustão.

O fazer do professor depende, também, de uma postura individual, aproveitando os recursos disponíveis. Apresentando um desses recursos, Lieban e Muller (2012, p.49) comentam que, “através de atividades com o GeoGebra, podemos criar um ambiente mais propício para a aprendizagem de matemática”. Ao passo que Baldini e Cyrino (2012, p. CLXII-CLXIII) afirmam que “o computador ou a utilização do GeoGebra por si só, não garante o sucesso dos processos de ensino e de aprendizagem”.

Portanto, é fundamental que o professor saiba explorar os recursos inovadores de uma tecnologia, bem como suas potencialidades para criar situações de aprendizagem, nas quais os conceitos matemáticos possam ser trabalhados.

Por outro lado, para o uso eficaz da TI, a escola deverá sofrer ajustes para se adequar a essa modalidade, pois a TI exige a busca de novos métodos, equipamentos e ambientes para proporcionar aulas mais integradas à realidade de seus alunos. Diante dessa exigência, faz-se necessário encontrar possibilidades para tornar essa aproximação real. É imperativo que haja convergência entre o projeto individual do professor e a proposta pedagógica da instituição de ensino.

Outros aspectos fundamentais devem ser considerados em relação ao uso educacional de uma tecnologia. Um deles é o papel do professor, o qual precisa possuir conhecimento teórico de sua disciplina e estar disposto a utilizar novas metodologias de ensino. Estas devem favorecer o desenvolvimento de habilidades e procedimentos pelo professor, visando orientar seus alunos a conviver num ambiente cada vez mais tecnológico.

Assim, a experiência ora apresentada visa ir além da postura tradicionalista, buscando um ambiente tecnológico que possa desafiar e motivar os alunos a desenvolver o raciocínio matemático, contribuindo para a melhoria da qualidade na relação ensino aprendizagem. Isto vai ao encontro de Veiga e Lopes (2008), quando dizem que o professor precisa ser criativo, ter espírito transformador, buscar inovar sua prática docente; para tal, é necessário dinamizar as atividades desenvolvidas em sala de aula. Além disso, Miskulin (1999) diz existir duas maneiras para se utilizar computadores na educação: uma seria promover atividades projetadas para se ensinar da mesma forma que já se ensinava na escola tradicional, apenas como um novo instrumento na sala de aula e a outra, mais interessante e adequada, segundo a mesma autora, seria proporcionar novas atividades, explorando os recursos que a tecnologia possui e atingindo novas maneiras de visualização e representação do conteúdo trabalhado. O artefato tecnológico, por si só, não produz uma nova abordagem do processo ensino aprendizagem.

Na Matemática, assim como em outras disciplinas, é fundamental o professor saber que pode ampliar horizontes dentro da sala de aula, criando estratégias que propiciem aos alunos a oportunidade de se tornarem descobridores e transformadores do conhecimento.

## **2. Uso da tecnologia como ferramenta didático-pedagógica**

Hoje em dia, o avanço da TI tem gerado cada vez mais programas novos, como *softwares* educativos, aplicativos para internet e equipamentos eletrônicos multifuncionais portáteis, como *notebooks*, *tablets* e *telefone celular*, dentre outros. Isso vem afetando diretamente as relações de ensino e aprendizagem, desafiando o professor a incorporar esses recursos como ferramentas pedagógicas em sala de aula. O professor precisa estar aberto a essas novas situações didáticas, que gerem interface com a TI e que ajudem nas dificuldades que surgem no processo de aprendizagem dos alunos.

Este artigo propõe uma experiência em sala de aula no ensino do conteúdo de funções aos alunos do 9º ano utilizando o *software* GeoGebra no *tablet*, no intuito de sanar as dificuldades conceituais e gráficas dos mesmos. Tal abordagem pretende levar o aluno a compreender, por meio da construção, experimentação, manipulação e visualização gráfica, a aplicação dos conceitos matemáticos. O uso do *software* ajuda a tornar o ensino mais atrativo,

interessante, dinâmico, além de permitir interações com o conteúdo que não seriam possíveis, por exemplo, usando imagens fixas (quadro, projeção etc.).

É preciso fazer com que os alunos pensem matematicamente, elaborem suas conjecturas e usem as ferramentas disponíveis para a construção do conceito. Borba e Villarreal (2005) argumentam que uma abordagem experimental em Educação Matemática implica no uso de experimentos e tentativas que suportem a criação de conjecturas matemáticas; na descoberta de resultados matemáticos previamente desconhecidos; e na possibilidade de testar diferentes caminhos para alcançar o objetivo. Para esses autores, a experimentação é uma nova maneira de aprender Matemática, que ganha outra dimensão e poder com o uso da tecnologia.

De forma semelhante Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 52-53) afirmam que, com o uso de tecnologias digitais, objetos matemáticos começaram a ser representados de maneira inédita (digital). Com isso, as simulações expandiram seus limites devido à virtualidade, ao caráter visual, à multiplicidade representativa e aos recursos de experimentação, dando dinamicidade às construções matemáticas e abrindo espaço para o surgimento de novos tipos de problemas e estratégias de resoluções. Além disso, deve-se ressaltar que a visualização envolve um esquema mental representativo da informação visual ou espacial. Ocorre, pois, um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos. Nessa concepção, a visualização passa a ser protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática.

### **3. Aprendizagem das funções no GeoGebra**

O conteúdo de função foi escolhido por ocupar lugar de destaque em muitas áreas do conhecimento. Traçar gráficos de funções é uma atividade fundamental no ensino e no aprendizado de matemática. Sabe-se que o conteúdo curricular de nossas escolas não muda com a mesma rapidez com que a sociedade adota tecnologias. Diante da importância do conteúdo de função, o professor passa a ter um grande desafio em trabalhar com a TI, na tentativa de sanar as dificuldades dos alunos. Um exemplo de como enfrentar esta questão é o uso do *software* GeoGebra no *tablet*.

O *software* GeoGebra é um programa gratuito configurado a partir de propriedades matemáticas, constituído com a finalidade da universalização do conhecimento no ambiente escolar.<sup>1</sup> É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conceitos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático. Além disso, o GeoGebra disponibiliza uma versão de teste para visualização tridimensional.<sup>2</sup>

A utilização do *software* GeoGebra no *tablet* pode oferecer condições para os alunos visualizarem, por meio da construção e manipulação dos gráficos, as modificações ocorridas numa função, possibilitando, dessa forma, a produção do conhecimento matemático. Permite, ainda, que, após as aulas teóricas, sejam elaboradas e exploradas atividades matemáticas voltadas ao estudo das funções do primeiro e segundo grau a partir de esboços dos gráficos, comportamento das funções, pontos de máximo e mínimo, vértice da parábola, raízes da função, intervalos e concavidade da parábola.

#### 4. Relato de experiência em sala de aula

A atividade proposta foi desenvolvida em formato de oficinas. Para sua realização, foi elaborada uma sequência de atividades sobre funções com o uso do *software* GeoGebra no *tablet*, gerando condições de diálogo e interação entre os 42 alunos da turma de 9º ano de um colégio particular de Belo Horizonte. Esses foram divididos em grupos, para que a professora pudesse mais facilmente acompanhar e compreender o desenvolvimento dos trabalhos. Foi estabelecida uma regra de utilização exclusiva do *tablet* para as atividades didáticas relativas à oficina: o equipamento não poderia ser utilizado para uso de outros aplicativos, como jogos virtuais ou acesso às redes sociais.

No primeiro encontro, a professora projetou o *software* GeoGebra para mostrar os comandos e os procedimentos a serem adotados para a construção e visualização do gráfico. Explicou algumas alterações necessárias nos símbolos presentes no GeoGebra para digitar as funções: Adição (+); Subtração (-); Multiplicação (\*); Divisão (/) e Potenciação (^). Mostrou aos alunos a janela referente à visualização geométrica e à algébrica, e como usar o teclado

<sup>1</sup> Maiores informações sobre o programa podem ser obtidas em <http://www.geogebra.org/download>.

<sup>2</sup> Disponível em <http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/Geogebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>

para escrever as funções. A proposta visava levar os alunos a explorarem mais os conceitos matemáticos por meio dessa experiência.

No segundo e terceiro encontros, os alunos foram divididos em grupos e cada aluno recebeu seu *tablet*. Assim, todos os alunos tiveram a oportunidade de construção, manipulação e visualização dos gráficos das atividades propostas. Foi entregue aos alunos um bloco de papel com a descrição das atividades a serem por eles realizadas e com espaço em branco no qual eles deveriam transcrever suas observações, respondendo às questões que lhes eram apresentadas em cada atividade. Inicialmente, houve resistência de alguns alunos em descrever suas respostas, pois, diferentemente do que estavam habituados, essas deveriam ser desenvolvidas por escrito, e não numericamente. Além disso, a proposta era fazer com que os alunos interagissem entre si, discutindo as possíveis respostas sobre as atividades. Participariam, assim, da construção do conhecimento matemático.

Dentre as atividades, foram escolhidas quatro as quais encontram-se descritas a seguir e os gráficos construídos no GeoGebra pelos alunos e os exemplos de respostas por eles desenvolvidas.

### Atividade 1: Construção e visualização no GeoGebra

Descreva o que você observa na construção dos gráficos das funções  $y = x + 1$ ;  $y = x$  e  $y = 2$ . Qual foi sua conclusão? Aplique os conceitos matemáticos estudados.

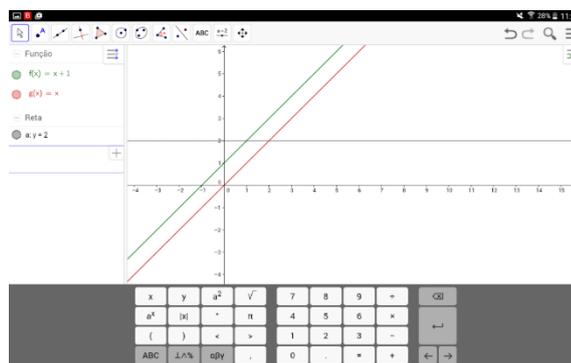


Figura 01: Função do primeiro grau feita pelos alunos no GeoGebra

1. Descreva o que observa na construção dos gráficos das funções  $y = x + 1$ ;  $y = -x + 2$ . Qual foi sua conclusão? Apliquem os conceitos matemáticos utilizados.

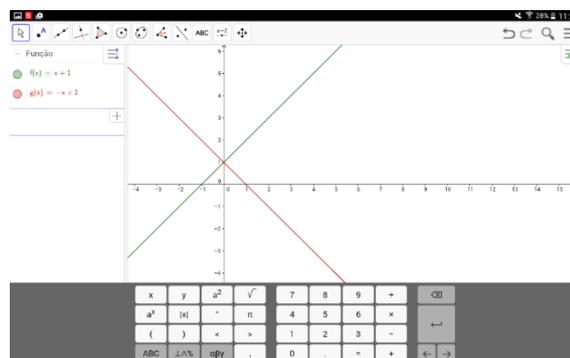
Observamos que as três funções são retas, pois todas são funções de primeiro grau. Concluímos então que as funções de primeiro grau apresentam retas nos gráficos.
   
 A primeira função a reta passa no eixo  $x$  no ponto igual a  $-1$  e toca o eixo  $y$  no ponto  $1$ , o coeficiente  $a$  é positivo, logo a função é crescente  $a > 0$ .
   
 A segunda função a reta passa pela origem, pois o valor de  $b = 0$ , e possui coeficiente  $a$  positivo, logo a função também é crescente.
   
 E a última função é representada por uma reta paralela ao eixo  $x$ , pois o coeficiente  $a = 0$ .

**Figura 02: Resposta de aluno às perguntas feitas sobre a função construída no GeoGebra**

Na primeira atividade pode-se perceber, com a construção gráfica da função no GeoGebra, que vários alunos conseguiram identificar rapidamente porque todas as funções são apresentadas por retas. Nota-se que, com o auxílio do GeoGebra, o envolvimento dos alunos nas atividades foi mais produtivo, pois tinham que expor suas opiniões para formularem as respostas. O diálogo entre eles foi bastante elucidativo, num ambiente diferente das aulas tradicionais, em que apenas o professor transmite conhecimento. Aqui, os alunos compartilharam seus conhecimentos matemáticos e formularam suas respostas.

### Atividade 2: Construção e visualização no GeoGebra

O que você pode dizer em relação aos gráficos das funções  $y = x + 1$  e  $y = -x + 1$ ?



**Figura 03: Função do primeiro grau feita pelos alunos no GeoGebra**

2. O que você pode dizer em relação aos gráficos das funções  $y = x + 1$  e  $y = -x + 1$ ?

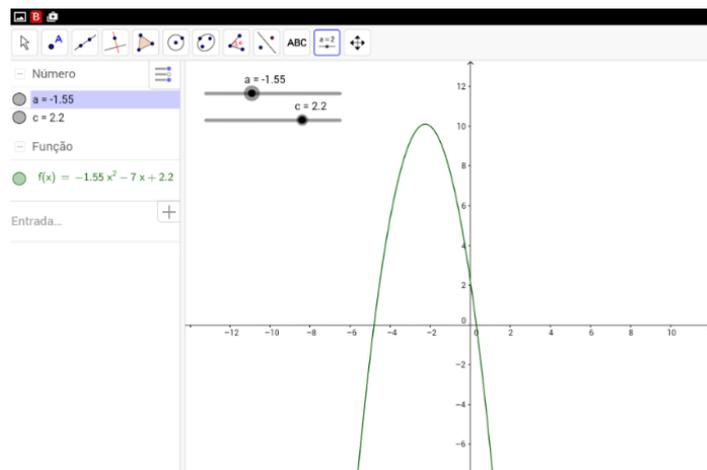
*Ambas as funções são representadas por retas, porém a primeira função o coeficiente  $a$  é positivo logo a reta é crescente. Já a segunda função o coeficiente  $a$  é negativo, logo a reta é decrescente. As duas funções tocam o eixo  $y$  no ponto igual a 1.*

**Figura 04:** Resposta de aluno às perguntas feitas sobre a função construída no GeoGebra

Nesta atividade com o GeoGebra, percebe-se que os alunos, ao visualizarem as funções, notaram que as direções das retas são diferentes. Ao manipularem o coeficiente  $a$ , perceberam que, se  $a$  for positivo a reta será crescente; e se o coeficiente  $a$  for negativo, a reta será decrescente. Assim, os alunos fixaram mais o significado do coeficiente  $a$  da função do primeiro grau.

### Atividade 3: Construção e visualização no GeoGebra

Na décima primeira janela, opção controle deslizante, insira os coeficientes  $a$  e  $c$ . Na caixa de entrada digite a função  $f(x) = ax^2 - 7x + c$ . Movimente os coeficientes e descreva o que observa; exponha sua conclusão.



**Figura 05:** Função do segundo grau feita pelos alunos no GeoGebra

3. Na décima primeira janela, opção controle deslizante, insira os coeficientes  $a$  e  $c$ . Na caixa de entrada digite a função  $f(x) = ax^2 - 7x + c$ . Movimente os coeficientes e descreva o que observa e exponha sua conclusão.

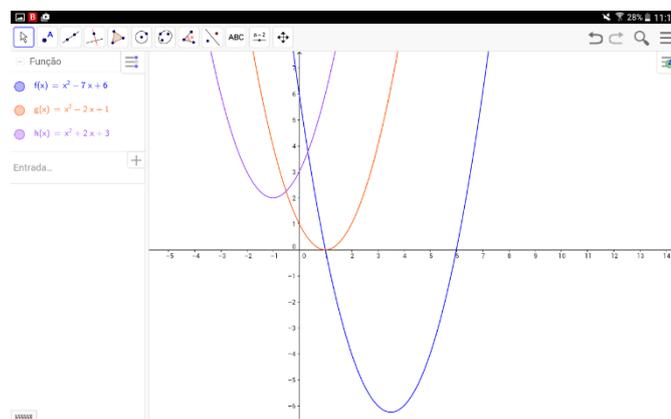
Retornamos nessa atividade que o gráfico da função foi uma parábola, podemos concluir que toda função de segundo grau é representada por parábola. Observamos na manipulação do coeficiente  $a$  que o sentido da parábola se altera conforme o seu valor. Se o coeficiente  $a$  for um valor positivo a concavidade da parábola é voltada para cima, isso implica um ponto mínimo. Se o coeficiente  $a$  for um valor negativo a concavidade da parábola é voltada para baixo, isso implica um ponto máximo. E se o valor do coeficiente  $a$  for zero a função passa ser de primeiro grau, formando uma reta. Ao manipularmos o coeficiente  $c$  percebemos que a parábola onde toca o eixo  $y$  muda de valor. Concluímos que o valor do coeficiente  $c$  é o ponto onde a parábola tocar em  $y$ .

**Figura 06: Resposta de aluno às perguntas feitas sobre a função construída no GeoGebra**

Aqui, ficou evidente que alguns alunos tiveram dificuldade em entender o que leva a parábola a ter sua concavidade voltada para cima ou para baixo. Com o uso do GeoGebra na manipulação visual do coeficiente  $a$ , os alunos puderam ver o que acontecia quando o coeficiente era igual a zero, maior que zero e menor que zero. Isto auxiliou os alunos a sanar suas dúvidas. Nota-se ainda que, ao manipularem o coeficiente  $c$ , os alunos perceberam que esse valor é onde a parábola passa no eixo  $y$ . Os conceitos matemáticos puderam ser aprimorados de uma forma dinâmica e interativa.

#### Atividade 4: Construção e visualização no GeoGebra

No gráfico das funções  $y = x^2 - 7x + 6$ ;  $y = x^2 - 2x + 1$ ; e  $y = x^2 + 2x + 3$ , descreva o que observa. E o que você pode dizer em relação ao delta de cada função.



**Figura 07: Função do segundo grau feita pelos alunos no GeoGebra**

2. No gráfico das funções  $y = x^2 - 7x + 6$ ;  $y = x^2 - 2x + 1$ ; e  $y = x^2 + 2x + 3$ , a que conclusão você chega? E o que você pode dizer em relação ao delta de cada função.

Observamos pela construção e visualização gráfica que as três funções são representadas por parábolas com concavidade para cima, isso por que o coeficiente  $a$  é positivo  $a > 0$ .  
A primeira função a parábola passa no eixo  $x$  nos pontos 1 e 6, isso significa que essa função tem duas raízes reais e distintas, logo o valor do delta é positivo  $\Delta > 0$ .  
A segunda função a parábola passa no eixo  $x$  em um único ponto igual a 1, isso significa que a função tem duas raízes iguais, logo o valor de delta é igual a zero  $\Delta = 0$ .  
A última função a parábola não passa no eixo  $x$ , isso significa que a função não tem raiz, logo o valor de delta é negativo  $\Delta < 0$ .  
Ambas as funções apresentam ponto de mínimo.

**Figura 08: Resposta de aluno às perguntas feitas sobre a função construída no GeoGebra**

Pode-se constatar que os alunos desenvolveram uma melhor compreensão dos significados, na função de segundo grau, do coeficiente  $a$ , do delta, das raízes, e vértices nos pontos máximo e mínimo.

## 5. Considerações Finais

A experiência em sala de aula permitiu constatar que, durante as aulas, houve grande participação e interesse dos alunos em trabalhar a teoria junto com a prática, na construção, visualização, experimentação e manipulação gráfica, possibilitada pelo uso do *software* GeoGebra no *tablet* com questões de função. Porém, alguns alunos tiveram dificuldade em descrever as atividades, em expressar suas conclusões por escrito. Isto pode ser exemplificado na fala de um aluno: “matemática é conta, e não descrever o processo, a gente tem que resolver o problema e achar o valor”. Há, aqui, reflexos de um aprendizado tradicional mecanizado, com resoluções repetitivas e uma única forma de apresentar resultados. Sabe-se que em matemática isso é muito comum, e às vezes, necessário. Mas é preciso desenvolver estratégias de ensino que favoreçam e ampliem a aprendizagem. Na última oficina os alunos já se mostraram mais seguros nas suas explicações, e a maioria dos grupos, ao analisar cada gráfico, ia descobrindo várias características das funções. Através dessas análises os grupos

foram aprimorando os conceitos matemáticos pela interação entre eles. Com isso, foram alcançados o objetivo de levar os alunos a compreenderem os conceitos matemáticos por meio da experimentação, manipulação e visualização gráfica no GeoGebra, de uma forma mais dinâmica e interativa do que estão habituados.

Assim, a experiência aqui apresentada revela a utilidade de uma abordagem do ensino de matemática que incorpore elementos do universo conhecido pelos alunos, como o *tablet*. Essa familiaridade ajuda, a vencer temores e preconceitos em relação ao conteúdo dessa área do conhecimento. Além disso, os recursos tecnológicos podem auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos, pois permitem novas abordagens e formas de apresentação que facilitam a compreensão e apreensão por parte dos alunos. Uma metodologia que incorpore tais possibilidades ao processo ensino aprendido, indo além da mera ilustração, pode ampliar as perspectivas dos alunos quanto à maneira de se pensar matematicamente.

Nossa experiência aqui foi de apresentar o uso de uma ferramenta de TI no ambiente de sala de aula. É certo que várias questões permanecem em aberto. Todavia, acreditamos que a experiência relatada demonstra o potencial do uso da TI como ferramenta didático-pedagógica para o ensino de matemática.

## 6. Referências

BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. C. T. **Função seno- uma experiência com software GeoGebra na formação de professores de matemática**. Revista do Instituto de GeoGebra Internacional de São Paulo, v.1, p. CL-CLXIV, 2012.

BASTOS, C. Disponível em: <<http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/Geogebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>> Acesso em: 30 nov. 2015.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases da tecnologia digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication Technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2015. v.39.

DANTE, L. R. **Projeto Telaris**: Matemática. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/download>> Acesso em: 30 nov. 2015.

LIEBAN, D. E.; MULER, T. J. **Construção de utilitários com software GeoGebra: Uma proposta de divulgação da geometria dinâmica entre professores e alunos.** Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, v.1, p.37- 50, 2012.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico- Metodológicas Sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria.** Faculdade de Educação/UNICAMP -Tese de Doutorado em Educação na Área de Educação Matemática, 1999.

SILVA, J.I.G.; FERREIRA, D.H.L. **O uso de tecnologias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.** Anais: XIV Encontro de Iniciação Científica da PUC-Campinas - 29 e 30 de setembro de 2009. Disponível em :< [www.puccampinas.edu.br](http://www.puccampinas.edu.br)> Acesso em: 18 set. 2015.

VALENTE, J. A. **Informática na educação: Conformer ou transformar a escola.** Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/viewFile/.../10207>>. Acesso em: 19 fev. 2016.

VEIGA, I. (org.). **Técnicas de Ensino: por que não?** Campinas: Papirus, 1991.