

(RE)CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE PROFESSORES NUMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA SOBRE SIMETRIA DE REFLEXÃO

*Sabrine Costa Oliveira
Instituto Federal do Espírito Santo
binecosta@gmail.com*

Resumo:

Este trabalho aborda o desenvolvimento de um curso de extensão sobre transformações geométricas salientando a ligação possível entre a abordagem investigativa e o uso de materiais manipulativos. O curso semipresencial foi realizado com professores de matemática atuantes nos anos finais do ensino fundamental, em 2015, no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes/Vitória, e faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento. Ao longo deste trabalho, tecemos considerações sobre investigação matemática enquanto metodologia de ensino, sobre a formação do professor de matemática que vai ensinar transformações geométricas e sobre curso de extensão. Por fim, descrevemos e analisamos um recorte das experiências vivenciadas durante o curso de extensão sobre simetria de reflexão. Ao final, percebemos que os professores, nos momentos de discussão e reflexão proporcionados pelo curso, (re)construíram seus conhecimentos relacionados a simetria de reflexão e sentiram-se motivados para abordar esse conteúdo em sala de aula.

Palavras-chave: Formação de Professores; Transformações Geométricas; Curso de Extensão; Geometria; Investigação Matemática.

1. Introdução

Nas últimas décadas, a geometria esteve presente no debate sobre o ensino e aprendizagem da matemática. A importância da geometria na formação básica dos indivíduos é reconhecida em diversos estudos, porém muitos autores afirmam que esta área da matemática vem sendo cada vez menos abordada no ensino básico (CATUNDA et al., 1988; PAVANELLO, 1993; FRAGA, 2004; FAINGUELERNT et al., 2012; VELOSO, 2012). Algumas dessas discussões nos levam a refletir, por um lado, sobre as dificuldades que muitos alunos enfrentam na aprendizagem da geometria e, por outro, sobre a formação do professor, pois a falta de conhecimento pode comprometer o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem (MA, 1999, apud GOMES, 2012).

Uma das alternativas consideradas atualmente é o ensino de matemática por meio da investigação matemática. São muitos os pesquisadores que apoiam a abordagem investigativa como um meio importante na formação dos indivíduos, em qualquer nível de ensino.

Sobre essa importância, Azevedo (2004, p.20) argumenta que a intenção de utilizar a investigação matemática em sala de aula é “levar os alunos a pensar, debater, justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos em situações novas, usando os conhecimentos teóricos e matemáticos”. Ou seja, para resolver situações problemas por meio da investigação matemática os alunos precisam organizar as ideias iniciais para clarificar e identificar quais os conceitos matemáticos estão envolvidos, traçar e testar as estratégias para solucionar as situações propostas. No que tange a formação de professores, Ponte (1998) afirma que o trabalho investigativo relacionado à prática profissional é necessário para o desenvolvimento profissional docente. Segundo ele, há uma forte ligação entre as ideias de formação e investigação, que tem origem em uma dificuldade concreta da prática e ao realizá-la buscamos a melhoria das condições de trabalho.

A escolha pelas transformações geométricas como objeto de estudo se deu por percebermos, em estudos desenvolvidos no período de junho de 2011 a abril de 2014, que professores apresentaram dificuldades em trabalhar o conteúdo de transformações geométricas. Durante o período supracitado, realizamos oficinas em eventos para professores e licenciandos de matemática sobre transformações geométricas exploradas por meio gráficos e bordados de ponto cruz. Por meio de questionários, os participantes afirmaram que não se sentem seguros para lecionar esse conteúdo e por isso não o abordam em suas aulas.

Essa evidência também é exposta por Veloso (2000) ao afirmar que o conteúdo de transformações geométricas não vem sendo abordado de maneira satisfatória em nenhum nível de ensino. Segundo ele, as ações propostas durante o Movimento da Matemática Moderna que ocorreu no século XX, que tinha como proposta renovar o ensino de matemática, enfatizava o trabalho com a geometria por meio das transformações isométricas (simetrias, translações, rotações), porém numa abordagem estritamente formal. Contudo, houve uma “concretização negativa” sobre as transformações geométricas, que acabaram desaparecendo dos currículos de matemática.

Este trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, vinculada ao programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Educimat/Ifes), que tem como objetivo

identificar indícios de (re)construção do pensamento geométrico relacionado as transformações geométricas por professores de matemática em curso de formação. A pesquisa de natureza qualitativa caracteriza-se como pesquisa de intervenção pedagógica, visto que é o pesquisador quem identifica e propõe uma ação para resolver o problema, com o objetivo de melhoria da prática docente. Para isso, elaboramos uma proposta de um curso de extensão para professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental, ministrado de setembro a dezembro de 2015, no Laboratório de Ensino de Matemática da instituição. Nesse contexto, o presente artigo tem como objetivo descrever e analisar experiências vivenciadas durante o curso de extensão, evidenciando indícios de (re)construção do pensamento geométrico sobre simetria de reflexão.

2. Formação de Professores: algumas contribuições

A relevância de pesquisas sobre formação de professores é reconhecida por autores como Garcia (1999, p.26) que define a formação de professores como uma:

[...] área de conhecimentos, investigação e de propostas teóricas e práticas que, no âmbito da Didática e da Organização Escolar, estuda os processos por meio dos quais os professores - em formação ou em exercício - se implicam, individualmente ou em equipa, em experiências de aprendizagem através das quais adquirem ou melhoram os seus conhecimentos, competências e disposições, e que lhes permitem intervir profissionalmente no desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola, com o objectivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem (grifos nossos).

Nessa perspectiva, Ponte (2014) afirma que os modelos de formação assumem um caráter “escolar”, centrado na transmissão de conteúdos formativos, sem levar em consideração a atividade que o formando tem de ser chamado a desenvolver. Seus estudos o levaram a elaborar, o que ele chama de um dispositivo prático de formação. Ele destaca sete ideias fundamentais que auxiliam o processo de aprendizagem e formação, em ambientes formativos que proporcionem espaços de reflexão, participação em práticas sociais, com um envolvimento pessoal forte e um suporte dado pelo grupo social em que participa. São eles: colaboração; prática como ponto de partida da formação; foco na aprendizagem do aluno; integração entre conteúdo e pedagogia; investigação profissional; mudança nos contextos profissionais; e tecnologias e uso de recursos.

Essas ideias trazidas por Ponte (2014) são justificadas por inúmeras pesquisas realizadas em diversos programas de formação contínua de professores de matemática bem sucedidos, em Portugal. Segundo ele, cursos de formação com práticas colaborativas é um elemento importante nos dispositivos de formação, pois são nesses espaços que surgem oportunidades de o professor exteriorizar suas inquietações, pensamentos e práticas docentes, onde todos os participantes tem algo a ensinar e a aprender uns com os outros. Em relação a isso, Ponte (1998, p.10) destaca que:

o desenvolvimento profissional é favorecido por contextos colaborativos (institucionais, associativos, formais ou informais) onde o professor tem oportunidade de interagir com outros e sentir-se apoiado, onde pode conferir as suas experiências e recolher informações importantes.

Nesses ambientes, as experiências e reflexões são orientadas pelo formador/investigador, fornecendo um suporte à prática do professor, estimulando-o numa mudança em sua prática profissional, cercado por momentos de reflexão.

A formação ainda deve integrar conteúdo e pedagogia, tentando articular estratégias e/ou metodologias que facilitem o entendimento dos conteúdos, considerando os aspectos matemáticos, didáticos e pedagógicos. Para isso, é importante conhecer as dificuldades que os alunos possuem em determinados tópicos da matemática, tentando partir dos conhecimentos prévios que os alunos possuem e criando espaços para a negociação de significados.

Outra ideia considerada por Ponte (2014) é que uma formação de professores deve privilegiar espaços de investigação sobre a própria prática, para que a partir de atitudes reflexivas da prática, as intervenções sejam mais significativas. As tecnologias e os recursos didáticos também são considerados, por Ponte (2014), importantes para a formação de professores. Esses recursos, que podem ser digitais (aplicativos, softwares, etc) ou convencionais (régua, compasso, geoplano, etc), fornecem potencialidades para um trabalho significativo nas aulas de matemática, e devem ser discutidos para fornecer subsídios para que o professor identifique e selecione os recursos pretendidos.

Ponte, em 1992, já investigava a formação de professores por meio de ensaios de programas de formação numa perspectiva de projeto pedagógico. Esse projeto promovia dinâmicas de grupo, envolvendo os professores na realização de atividades práticas, com

a proposta de produzir materiais pedagógicos e refletir sobre a sua utilização em sala de aula. Ponte (1992) percebia os desafios que esse trabalho enfrentaria, e pondera:

De um modo geral, os professores reagem muito bem às propostas de atividades práticas. *Envolvem-se, ficam entusiasmados, consideram positivo encarar a Matemática de forma activa.* A troca de experiências tende igualmente a proporcionar satisfação. No entanto, verificou-se nestes estudos que *não é muito fácil que os professores comecem a produzir propostas pedagógicas para as suas aulas*, que a discussão pedagógica sobre a utilização destas actividades não tende a ser muito conseguida, e que *o processo de envolver na reflexão sobre as suas próprias práticas é extremamente difícil* (PONTE, 1992, p. 30, grifos nossos).

No decorrer dos estudos produzidos por Ponte (1992, 1998, 2014) sobre formação de professores, ele diferencia duas perspectivas de formação: uma do tipo “reciclagem” e outra que promove o desenvolvimento profissional.

Para Ponte (1998, 2014) a formação do tipo reciclagem está associada à ideia de frequentar cursos com carga horária de aproximadamente 50 horas (ou 1 mês de duração) e tem o objetivo de atender a uma carência do professor, partindo da teoria e geralmente não há parte prática, focando em aspectos teóricos de assuntos ou da disciplina.

O desenvolvimento profissional trás a ideia de capacitação profissional, envolve diversas etapas e é um processo sempre incompleto. Nessas etapas estão inclusas reflexão, estudo, leitura, atividades com projetos, trocas de experiências e atividades práticas. No desenvolvimento profissional considera-se a teoria e prática de forma interligada e o professor deixa de ser objeto para ser sujeito da formação (PONTE, 1998).

3. Curso de Extensão: Investigações sobre Transformações Geométricas

Na nossa concepção, baseada nas premissas descritas por Ponte (1992, 1998, 2014), um curso que propicie um ambiente reflexivo sobre a prática docente e que ofereça a oportunidade de aperfeiçoamento docente, pode ser considerado como um curso do tipo desenvolvimento profissional.

Com esse pensamento, idealizamos um curso de extensão semipresencial destinado a professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental, com a finalidade de discutir atividades investigativas sobre transformações geométricas com o

uso de materiais manipulativos. Este curso foi realizado no Ifes, nos meses de setembro a dezembro de 2015 com total de oitenta horas, organizado em encontros presenciais quinzenais e atividades não-presenciais. Os encontros presenciais, realizados sempre as quartas-feiras de 18h às 22h, foram destinados ao estudo e resolução de atividades sobre o tema abordado, numa abordagem que privilegiou a investigação matemática e o uso de materiais manipulativos. As atividades não-presenciais, via ambiente virtual, visava complementar as discussões dos encontros presenciais e criar um espaço dinâmico para a troca de experiências e reflexões. No decorrer do curso, cada participante deveria escolher uma prática desenvolvida na formação e aplicá-la em sua sala de aula e compartilhar as experiências vivenciadas numa roda de conversa no último encontro presencial.

Participaram deste curso, inicialmente, 22 professores atuantes no ensino fundamental da rede pública e privada, porém no decorrer do curso houve desistências e 10 professores concluíram o curso. Desse total, seis possuíam licenciatura em matemática e quatro possuem complementação pedagógica em matemática¹.

A metodologia desenvolvida no curso, partindo dos pressupostos da investigação matemática, adotamos a postura de mediador e questionador do processo formativo, auxiliando os participantes nas dúvidas, dando sugestões, compartilhando aspectos para reflexão, entre outros. Os encontros presenciais sempre foram iniciados com atividades que serviam de suporte para o debate do tema e posteriormente a construção de conceitos relacionados ao conteúdo. Levando em consideração os aspectos aqui citados, apresentamos na tabela 1 uma síntese das atividades realizadas no curso.

Tabela 1 - Resumo das atividades abordadas no curso.

Encontro Presencial	Tema do Encontro Presencial	Tema do Ambiente Virtual
1º	Construção de um mapa conceitual sobre transformações geométricas;	Definições e conceitos sobre transformações geométricas;
2º	Explorando transformações geométricas com geoplano quadrado, circular e isométrico.	
3º	Construções utilizando molde vazado, malha quadriculada e gráficos de bordado em ponto cruz e análise de barras de bordados prontos;	A matemática em bordados e ornamentos;
4º	Construções de figuras homotéticas com o geoplano;	Materiais manipuláveis e transformações geométricas;

¹ Em conformidade com a resolução nº 2 de 26 de julho de 1997, publicado no D.O.U em 15/07/1997.

5º	Explorando transformações geométricas com mosaicos	Geometria e arte;
6º	Roda de conversa sobre as propostas realizadas em sala de aula.	Questionário de Avaliação do Curso e Sistematização das Propostas aplicadas em sala de aula;

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

4. Algumas Reflexões sobre o Processo Formativo

Devido à exiguidade de espaço permitido no presente artigo, descreveremos um episódio vivenciado pelo grupo, ocorrido no segundo encontro presencial, em que discutíamos as isometrias utilizando o geoplano. Para isso, utilizamos falas advindas de transcrições do debate no encontro e outras discussões ocorridas no ambiente virtual, evidenciando indícios de (re)construção do pensamento geométrico sobre reflexão. Vamos transcrever partes do diálogo ocorrido sobre esta situação e destacamos que os nomes utilizados nesse diálogo são fictícios e escolhidos de forma aleatória.

O encontro supracitado iniciou-se com a apresentação do material manipulativo e das propostas da aula. Entre as discussões iniciais sobre reflexão, surgiu a dúvida: *o eixo de simetria pode sobrepor à figura na reflexão?*. Esse questionamento gerou diversos debates, a maioria dos professores acreditava que não seria possível, já o professor Jonatas achou, desde o início, que isso poderia acontecer. Observe parte inicial do diálogo à dúvida de Jenifer em relação à posição do eixo na reflexão:

Quadro 1 - Transcrição do áudio - 2º encontro, 07/10/15.

Jenifer: Gente, quem tá à toa aí, ajuda a pensar! *A reflexão ela pode se sobrepor?*
Jonatas: A reflexão ela pode se sobrepor? Só se tiver em cima do eixo de simetria.
Professora: Mostra sua figura (no geoplano).
Jenifer: Tipo assim oh... Aqui talvez não dá para analisar a cor. Pensa nesse T verde. A reflexão para essa amarelinha (eixo) aqui... *Essa parte aqui eu vou refletir pra lá e esse pedacinho que tava lá, eu vou refletir para a esquerda.*
Jonatas: Então foi isso que eu coloquei ali no texto... Eu falei que para ser reflexão basta que o eixo de simetria não coincida com... (se confundiu e corrige). Que eixo de reflexão não coincida com o eixo de simetria da figura, que causa isso aí também.
Jenifer: Mas...
Jonatas: Eu penso que pode!
Jenifer: (continuação) *a reflexão não necessariamente tem haver com o eixo de simetria da figura.* (conversas)
Jonatas: Então, olha só... porque até agora a gente fez o eixo de simetria (se confundiu e corrige)... o eixo de reflexão fora da figura. Eu propus na definição que eixo de reflexão, pra ser de reflexão, basta que ele não coincida com o eixo de simetria, ou seja, a figura é simétrica, mas eu coloquei um pouquinho pro lado (eixo de reflexão), mesmo passando dentro da figura, *o eixo de reflexão vai sofrer a reflexão, porém não vai ser dentro da simetria e vai acontecer essa sobreposição que você propôs.*

Fonte: Acervo da autora, 2015, grifos nossos.

Em outra parte do diálogo, Jenifer expõe que quando o eixo de reflexão está sobre a figura, passamos a ter duas figuras. Ela ainda cita como exemplo as imagens vistas no espelho, recurso que utilizamos durante a exploração. Veja:

Quadro 2 - Parte do diálogo, 2º encontro, 07/10/15.

Jenifer: Aí, a Professora inventou de colocar o eixo de simetria, por exemplo, bem aqui (fora do eixo de simetria da figura). De simetria não, de reflexão. Aí, eu tenho que *pegar essa parte e jogar para o lado de lá e ao mesmo tempo pegar essa aqui e jogar pro lado de cá*.

Alberto: Aí eu não consigo.

Jenifer: *Eu também acho que isso não pode ser reflexão*.

Alberto: Eu não posso fazer um eixo de reflexão a não ser de um ponto do meio da figura. Aí eu não vou estar refletindo toda a figura. Vou estar refletindo esse eixo. Tudo bem, se eu refletir só daqui pra cá, eu vou esquecer o resto figura, então! É isso que você está dizendo?

Jenifer: Eu não tô dizendo, não (risos). É ela (Professora) que gerou essa dúvida (risos).

Alberto: O que eu quero dizer nesse sentido, entendeu? Você vai esquecer o resto da figura?

Jenifer: Não, aí você volta o resto pra cá. Eu acho que isso gera uma... *como se eu fizesse duas reflexões ao mesmo tempo*, uma para um lado e outra para o outro.

[...]

Jenifer: Se fosse só até aqui, beleza, minha cabeça vai até aqui, essa parte tá refletida ali. Só que *eu tenho um pedaço da reflexão lá e um pedaço da reflexão aqui*.

Alberto: É isso que eu tô falando, a gente tem que definir bem o que pode ser reflexão. Posso fazer a reflexão só parte da figura? Isso aí, tá representando a figura toda?

Professora: Assim, está representando a figura toda?

Alberto: O eixo é aqui?

Professora: É.

Alberto: Não. Eu penso que não!

Jenifer: Não

Professora: Não tá refletindo?!

Alberto: A figura toda não. No plano aqui tudo bem. Mas, *imagina que a gente passa a refletir usando um espelho?*

Professora: Ata, mas aí é limitação do espelho.

Alberto: É isso aí. Mas a minha ideia então é, pra mim *a reflexão tem que ser exatamente o que se tem no espelho*. A reflexão tem que ser aquilo ali que aparece no espelho. Se eu tô com um espelho aqui, a parte de trás da figura não faz parte da minha figura.

[...]

Alberto: Aqui eu tô falando de duas figuras.

Jenifer: Eles estão vendo o espelho de um lado só, esses espelhos dos dois lados...

Alberto: Se eu colocar o espelho aqui, *eu tô falando de duas figuras*.

Professora: Eu não tô considerando os dois lados?

Alberto: Não, se eu botar o espelho aqui eu tô olhando duas figuras! Aqui, ok, são duas figuras.

Jenifer: *Eu vejo um pedaço de uma e um pedaço da outra. Eu não vejo a minha figura original*.

[...]

Jenifer: Mas, *eu não vou estar refletindo minha figura inteira*. Até aonde eu vejo, assim, *nunca saiu esse caso*. Mas reflexão pra mim, *o eixo de reflexão ou ele vai tá tangente a figura ou ele vai tá em um ponto fora*. Nunca no meio ou alguma coisa, no máximo, *quando minha figura for simétrica e eu pego o eixo de reflexão sendo o eixo de simetria*. Ele pode ser o eixo de simetria. Agora, se ele for o eixo de reflexão sem ser o eixo de simetria, eu só vi casos até hoje em que ou ele (eixo de reflexão) é tangente ou ele tá fora da minha figura.

Alberto: Eu penso que seu botar o eixo aqui, eu não posso refletir essa figura. *A figura não tá completa. Eu penso assim*.

Jenifer: *Eu vou refletir parte dela*. Assim como se eu tô me olhando no espelho, se eu colocar o espelho

daqui pra cima (em relação ao seu corpo) eu não tô me refletindo inteira. Eu tô refletindo só aquilo ali (imagem que aparece no espelho). Se tem alguma parte pra trás é problema dele.

Alberto: Se aqui for sobreposição não.

Jenifer: Se eu coloco o espelho do meu joelho pra cima, *ele vai refletir esse meu pedaço*, e não vai tá me refletindo toda.

Fonte: Acervo da autora, 2015, *grifos nossos*.

Pode ser observado pela discussão apresentada, que para Jenifer e Alberto a reflexão só acontece se o eixo estiver tangente ou fora da figura, ou ainda, caso a figura seja simétrica, este coincida com o eixo de simetria da figura. Já para Jonatas, ao discordar dos colegas, afirma que eixo de reflexão pode estar sobre a figura e fora do eixo de simetria da mesma. Segundo Alberto e Jenifer, eles nunca viram um caso assim, até o momento eles só observaram casos em que o eixo de reflexão ou coincide com o eixo de simetria da figura ou é tangente à figura ou ainda passa em um ponto fora dela. Segundo Pais (1996) essa estranheza ao ver algo diferente do habitual é denominada pelo autor de configuração geométrica. Entendemos que é mais comum abordar na reflexão o eixo tangenciando ou fora da figura, do que sobre a figura, não coincidindo com o eixo de simetria (se houver).

Essas discussões não foram encerradas durante o encontro, foi proposto que eles procurassem e investigassem outras fontes sobre essa possibilidade. Na semana seguinte, no ambiente virtual, abrimos um fórum destinado a esse debate. Na discussão do fórum 1, intitulado por *Reflexão com eixo sobre a figura*, Jenifer ao participar, escreve:

Quadro 3 - Participação de Jenifer no fórum, 14/10/15.

Li também algumas definições sobre reflexão e ainda não encontrei a resposta que procuro. Encontrei definições que falam por exemplo: "É preciso compreender que o eixo de simetria pode determinar como se dá a reflexão, divide um plano em dois e separa uma imagem **original** de seu **reflexo**, conservando a forma, o ângulo e o tamanho - deixando uma invertida em relação à outra".(Nova Escola). Pelo que interpreto, para ocorrer a reflexão, a imagem original **precisa ser mantida**. Não encontrei ainda nenhum exemplo onde o eixo de reflexão fique em qualquer lugar no interior da figura original que não seja o eixo de simetria dela (se houver).

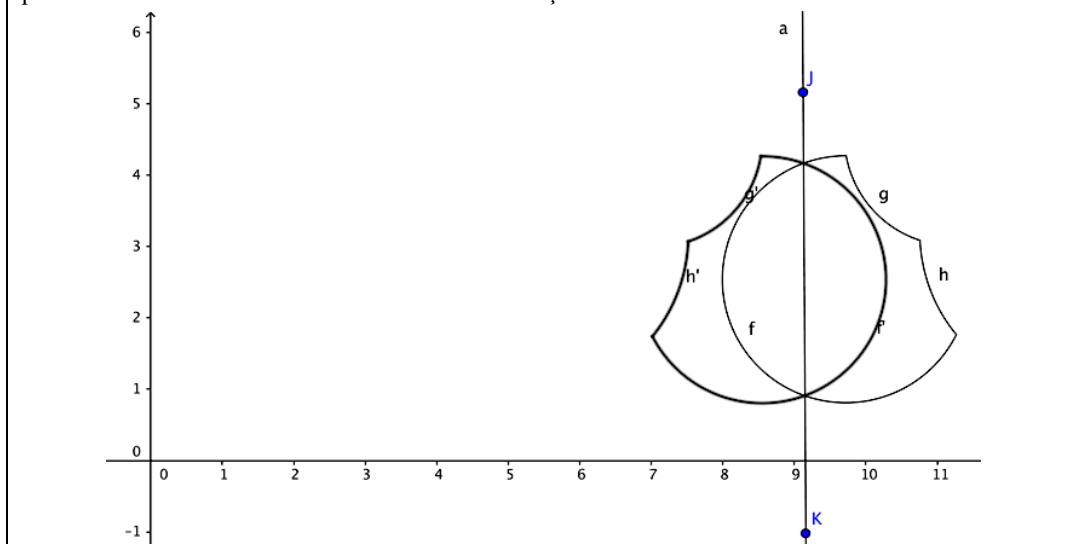
Fonte: Ambiente virtual, 2015 (*grifos conforme o original*).

Note que em sua fala, Jenifer ainda mostra dúvidas em relação à posição do eixo na reflexão, por não ter encontrado nenhuma referência sobre isso, conforme ela mesma comenta no diálogo, falando que nunca viu casos assim. Jonatas ao participar, faz referência ao livro de cálculo I, trazendo as seguintes contribuições:

Quadro 4 - Participação de Jonatas no fórum, 18/10/15.

Ufa! Depois de olhar em vários sites e revirar muitos livros aqui em casa, cheguei a uma conclusão: *Sim, uma reflexão pode ter o eixo dentro da figura e não ser o eixo de simetria da própria figura!* [...]

"Dados dois pontos A e M, chama-se reflexo de A em relação a M, o ponto A' tal que M seja o ponto médio do segmento AA' ". Note que usando essas definições, não há problemas com a afirmação que fiz anteriormente. Mas claro que esta escolha não é arbitrária. Decidi por este caminho, quando lembrei das aulas de Cálculo I. Recorrendo ao meu exemplar (Stewart, James. Cálculo I. 6a edição. São Paulo: 2010), na página 29, logo no início, falando sobre reflexões, está assim: "Para obter o gráfico de (...) $y = -f(x)$, reflita o gráfico de $y=f(x)$ em torno do eixo x; $y = f(-x)$, reflita o gráfico de $y=f(x)$ em torno do eixo y". Claramente, para que haja tal reflexão, o eixo indicado DEVE poder perpassar a figura (gráfico). Assim, por conveniência de abrangência, por hora, fico com essa definição. PS: Nos livros de "Geometria Plana" e de "Geometria Analítica", da coleção FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR, não encontrei definições a respeito de reflexão ou simetria. Fiz uma reflexão usando a ferramenta pra tal do Geogebra, que permite fazer a reflexão nos moldes dessas definições.



Fonte: Ambiente virtual, 2015 (grifos nossos).

Na análise do diálogo apresentado, tanto da aula quanto no ambiente virtual, notamos que Jonatas no tocante a compreensão do pensamento geométrico relativo à reflexão em relação a uma reta mostra que compreende os conceitos envolvidos. Isso pode ser observado em sua fala:

Quadro 5 - Recorte da transcrição do 2º encontro.

Eu propus na definição que eixo de reflexão, pra ser de reflexão, basta que ele não coincida com o eixo de simetria, ou seja, a figura é simétrica, mas eu coloquei um pouquinho pro lado (eixo de reflexão), *mesmo passando dentro da figura, o eixo de reflexão vai sofrer a reflexão, porém não vai ser dentro da simetria* (Professor Jonatas, 2º encontro presencial, grifos nossos).

No ambiente virtual, ele mostra uma construção realizada no geogebra como exemplo e em suas investigações empreendidas ele adota como verdadeira a definição: "Dados dois pontos A e M, chama-se reflexo de A em relação a M, o ponto A' tal que M seja o ponto médio do segmento AA' ". Segundo a teoria de Parzys (2006) em relação à reflexão, ele pertence à geometria proto-axiomática, pois utiliza elementos da geometria

euclidiana para fazer sua validação, além de utilizar objetos físicos, como a construção do geogebra.

5. Considerações Finais

Nesse recorte, podemos perceber a importância de desenvolver um curso de extensão para professores, pois oferece a oportunidade de aperfeiçoamento de conhecimentos e promove o desenvolvimento profissional (PONTE, 1998), visto que os participantes foram instigados a rever e ampliar seus conhecimentos sobre transformações geométricas. A reflexão sobre a própria prática foi incentivada com as ações desenvolvidas e os professores foram ‘convidados’ a modificarem suas práticas frente à geometria, em especial sobre as transformações geométricas, nas propostas realizadas por cada participante.

Refletindo sobre o episódio apresentado sobre a posição do eixo na reflexão, acreditamos que os professores (re)construíram seus conhecimentos relacionados à reflexão, mesmo que em alguns momentos, eles se mostrem confusos em relação a algumas definições e representações. Conforme relatado pelos professores, a maioria das abordagens sobre reflexão em livros didáticos trata o eixo como tangente ou fora da figura, quando este não coincide com o eixo de simetria da imagem.

O questionário avaliativo realizado ao final do curso, a fim de verificarmos a opinião dos cursistas em relação à metodologia, as atividades, os materiais utilizados e de possíveis críticas, revelou que os professores estavam satisfeitos com o desenvolvimento do curso. De modo geral, o curso foi elogiado pelos cursistas que relataram que a variedade de atividades utilizando diferentes materiais manipulativos foi importante tanto para ampliar os conhecimentos sobre as transformações geométricas quanto para que eles conhecessem esses materiais e soubessem como aborda-los em sala. Diante das colocações expostas nos questionários, podemos afirmar que o grupo concludente tornou-se mais crítico e encorajado para trabalhar conceitos de transformações geométricas no ensino fundamental.

6. Referências

AZEVEDO, M. C. P. S. de. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: CARVALHO, A. M. P. de (Org.) **Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo: Thomson, 2006, p. 19-33.

CATUNDA, Omar; DANTAS, Martha Maria de Souza; NOGUEIRA, Eliana Costa, SOUZA, Neide Clotilde de Pinho; GUIMARÃES, Eunice da Conceição. **As transformações geométricas e o ensino de geometria**. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1988.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Kátia Regina Ashton. **Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio**. Porto Alegre: Penso, 2012.

FRAGA, Sandra Aparecida. Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do movimento da matemática moderna. 2004. 210f. **Dissertação** (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

GOMES, Alexandra. Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. **Anais do XXIII Simpósio de Investigação em educação Matemática**, Coimbra – PT, outubro 2012. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/20835/1/Gomes_%20SIEM%20Actas_2012.pdf> Acesso em 10/12/2013.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké: Campinas**, v. 4, n. 6, p. 65-74, 1996.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. In: **Zetetiké: Campinas**, ano 1, n.1, p. 7-17, 1993.

PARZYSZ, Bernard. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles: de quoi s'agit-il? **Quaderni di Ricerca in Didattica: University of Palermo, Italy**, n. 17, p. 128-151, 2006.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: **Educação Matemática: Temas de Investigação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 185-239. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20\(Concep%C3%A7%C3%B5es\).pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20(Concep%C3%A7%C3%B5es).pdf)>. Acesso em: 08 dez. 2015.

_____. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do ProfMat 98**. Lisboa: APM, p. 27-44, 1998.

_____. Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: PONTE, João Pedro da. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-360.

VELOSO, Eduardo. **Geometria: temas actuais**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 2000.

VELOSO, Eduardo. **Simetria e transformações geométricas**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática – APM, 2012.