

## A DIVISÃO NO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: comparações entre pesquisas.

*Edvonete Souza de Alencar  
UFGD / PUCSP  
EdvoneteAlencar@ufgd.edu.br*

### **Resumo:**

Esta comunicação científica teve como objetivo metassintetizar os problemas de divisão apresentados pelas pesquisas selecionadas. A seleção das investigações foi realizada no Banco de Teses da Capes, no qual utilizamos para a busca as expressões chave: Formação de Professores e Campo Conceitual Multiplicativo, no qual obtivemos 122 pesquisas. A partir destas aplicamos um filtro buscando pesquisas da Formação contínua e Anos Iniciais, no qual obtivemos 22 pesquisas. Com esse grupo buscamos os referenciais teóricos norteadores das pesquisas e utilizamos esse aspecto para selecionar sete pesquisas que utilizavam o mesmo referencial teórico. Nesta comunicação apresentamos a metassíntese qualitativa citada por Fiorentini e demonstramos um recorte de nossa investigação de quatro pesquisas que apresentam problemas de divisão. Buscamos nosso referencial teórico nas citações e /ou menções mais utilizadas pelas pesquisas, que tratam-se de: Shulman e Vergnaud. Por meio desse estudo, podemos refletir sobre as situações de divisão por partição e por quota, nas quais algumas pesquisas identificaram dificuldade dos professores em diferencia-las, o que pode causar dificuldade nos alunos na compreensão das diferentes divisões: partição e quota. Observamos assim a necessidade de realizarmos formações específicas nessa temática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Divisão; Anos Iniciais.

### **1. Introdução**

Nos últimos anos algumas pesquisas têm debruçado suas investigações na formação contínua dos Anos Iniciais no Campo Conceitual multiplicativo, com o intuito de buscar reflexões e novos olhares para a formação de professores de Matemática nessa área. Ressaltamos ainda que apesar das investigações terem crescido nos últimos anos, existe a necessidade destas serem mais exploradas.

Apresentamos nesta comunicação científica um excerto de uma Tese de doutorado em andamento, no qual analisamos dissertações e teses concluídas no período de 1997 a 2012, cuja temática envolve a formação contínua de professores e o Campo Conceitual Multiplicativo. Nossa busca pelas dissertações e teses deu-se no Banco de Teses da Capes, utilizando as expressões: Formação de Professores e Campo Conceitual Multiplicativo, no

qual

obtivemos 122 pesquisas. Realizamos um filtro buscando pesquisas da Formação Contínua e dos Anos Iniciais, no qual identificamos 22 pesquisas. Com esse grupo de pesquisas buscamos os referenciais teóricos norteadores, no quais identificamos sete pesquisas que utilizavam. Ao analisar estas pesquisas buscamos um grupo de dissertações e teses que utilizavam os mesmos referenciais teóricos, no qual selecionamos sete pesquisas para o aprofundamento da tese. Ressaltamos que nessa comunicação científica mostramos dados de quatro pesquisas que apresentam investigações de problemas da divisão.

Nesta comunicação nosso objetivo foi metassintetizar os problemas de divisão apresentados pelas pesquisas selecionadas.

## 2. A metassíntese qualitativa

Utilizamos como metodologia a metassíntese qualitativa das pesquisas do período de 1997 a 2012. Consideramos como metassíntese qualitativa o que Fiorentini (2013) nos apresenta como a modalidade de revisão de pesquisas e documentos. O autor salienta ainda que surgiu com os estudos internacionais da Fundação Cochrane, que possui uma unidade *no Brasil*, sendo um laboratório de pesquisas que tem produção científica comparável à de instituições europeias, atuando principalmente nas investigações na área da saúde.

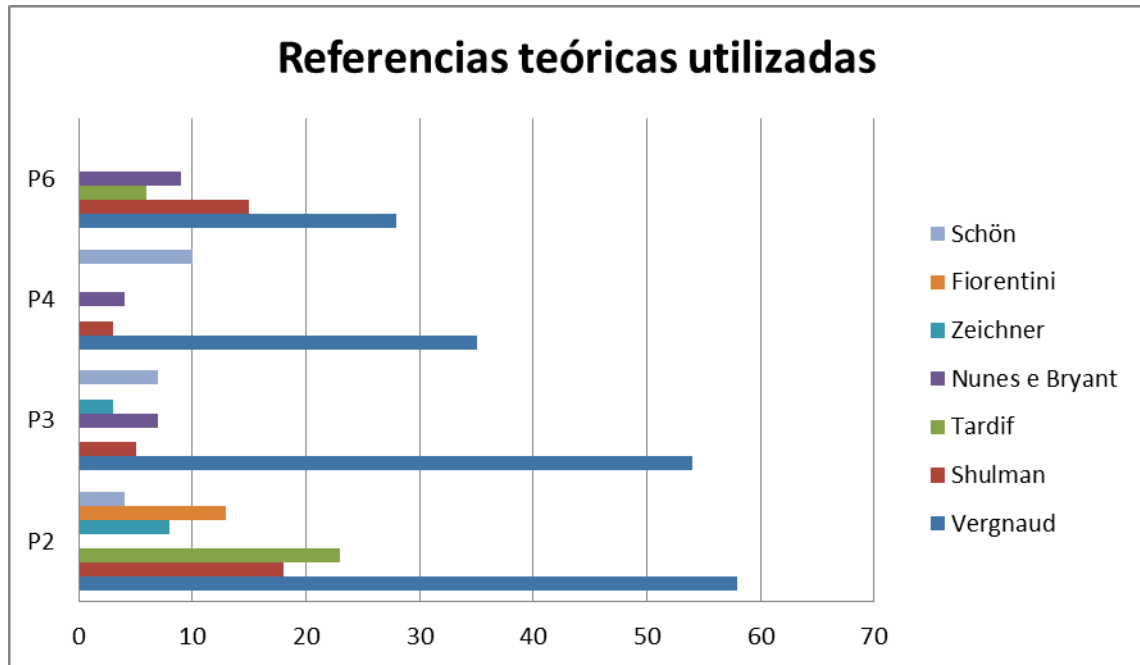
Fiorentini (2013) apresenta ainda algumas especificações da metassíntese qualitativa, ressaltando que esta metodologia realiza uma metainterpretação da interpretação do autor das pesquisas analisadas. Segundo o autor, para a escolha do grupo de pesquisas a serem analisadas e do seu aprofundamento há como critério o interesse do pesquisador. Ressalta ainda que a metassíntese deve propor novas reflexões sobre o tema pesquisado.

Especificamente apresentaremos um grupo de quatro pesquisas que realizaram suas investigações na divisão. Para preservar a identidade das pesquisas as nomeamos como P2, P3, P4 e P6.

## 3. Aporte teórico

Constituímos nosso aporte teórico realizando a busca de citações e/ou menções dos referenciais teóricos que sustentam as pesquisas selecionadas. Esse tratamento de dados é apresentado por Maia (2013) e denominado por nossa investigação de “arrazoado bibliográfico”, no qual as referências teóricas devem aparecer durante toda a pesquisa

principalmente nos capítulos de referencial teórico e nas análises. Assim podemos ver as referenciais teóricas mais citadas e /ou mencionadas na Figura 1 a seguir.



**Figura 1** - Referências teóricas mais citadas e / ou mencionadas nas quatro pesquisas

Diante na análise da Figura 1, decidimos utilizar em nosso quadro teórico os autores mais citados e / ou mencionados em todas as pesquisas. Ao observar a Figura 1 notamos que os autores mais citados foram: Shulman e Vergnaud, dos quais apresentaremos a seguir suas principais ideias.

Shulman (1986, 1987 e 2005) apresenta os sete conhecimentos necessários para o Desenvolvimento Profissional Docente, sendo estes: 1) específico do conteúdo, 2) didático do conteúdo, 3) curricular, 4) didático geral, 5) dos alunos e suas características, 6) dos contextos educativos e 7) dos objetivos, das finalidades, dos valores educativos e dos fundamentos filosóficos e históricos. O autor salienta sobre a articulação que existe entre os conhecimentos para que se constitua o Desenvolvimento Profissional Docente. Relata características do modelo de raciocínio e ação, que deve ser utilizado pelos docentes em suas ações pedagógicas e formativas. Assim este é composto por: compreensão, transformação, ensino, avaliação, reflexão e novas maneiras de compreender.

## Vergn

aud (1988,1990) criou a Teoria dos Campos Conceituais que possui origem cognitivista e tem como objetivo compreender as aprendizagens e o desenvolvimento do raciocínio. Com isso, essa teoria é considerada um marco para a aprendizagem e, portanto, despertou o interesse da Didática, visto que o autor nos mostra as especificidades da Teoria dos Campos Conceituais e como ela pode auxiliar nas investigações das atividades cognitivas de aprendizagem, assim como na análise de relações entre os diferentes conceitos.

Assim a Teoria pretende “compreender as relações e as rupturas nos conhecimentos das crianças e dos adolescentes” (VERGNAUD, 1990, p.135). A Teoria dos Campos Conceituais nos traz algumas discussões e definições sobre conceitos e esquemas.

Para Vergnaud (1990) um conceito é formado pela tríade:

[...] de três conjuntos: S, I, R - S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência); I: conjunto de invariantes utilizadas na operacionalidade dos esquemas (o significado); e R: conjunto das formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante). (VERGNAUD, 1990, p.145)

Vergnaud (1990) define esquema como:

“a organização invariante de uma conduta para uma classe de situação dada. É nos esquemas que se deve investigar os conhecimentos-em-ação do sujeito e decidir os elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito ser operatória” (VERGNAUD, 1990, p.134.)

Mostra assim, que um esquema só pode ser definido em um ambiente de aprendizagem e ensino, isto é, por meio de situações-problema.

Essa Teoria auxilia a identificação dos invariantes, dos objetos matemáticos, das propriedades desses objetos, das relações entre eles e dos teoremas-em-ação. Ajuda na reflexão, nas inferências, na antecipação dos efeitos e no controle de ações. Assim, um esquema é formado por: invariantes operatórios (conceito em ação e teorema em ação), antecipações, regras de ações e inferências.

Vergnaud (1988 e 1990) apresentou em seus estudos o campo conceitual aditivo e multiplicativo, no entanto o autor destaca que há outros campos conceituais no qual não aprofunda suas investigações.

## 4. Comparações entre as pesquisas

Ao

realizarmos nossa metassíntese qualitativa observamos que todas as pesquisas selecionadas apresentam os problemas de divisão por partição e quota de acordo com os estudos de Vergnaud (1990).

Notamos que P2 apresenta uma das situações de divisão por partição citadas por Vergnaud (1997) somente para exemplificá-la, mas não faz maiores investigações e comentários. O exemplo colocado foi: Arthur pagou 30 francos para 6 ágatas azuis. Qual é o preço de uma ágata? (Vergnaud, 1997 apud P2, p.75)

As P3 e P4, por serem investigações com origem no mesmo grupo de pesquisa, apresentam o seguinte exemplo: *João tem 30 figurinhas e quer dividi-las igualmente com os seus seis amigos. Quantas figurinhas cada um dos amigos vai receber?*

As pesquisas mostram a tabela com o esquema da situação:

**Tabela 1- Esquema da divisão por partição**

Informação 1 (conhecida)	Informação 2 (conhecida)	Resultado (partição desconhecida)
Quantidade 1 (Q1) Quantidade: 30 figurinhas	Quantidade 2 (Q2) Quantidade: 6 amigos	Relação entre Q1 e Q2 Desconhecida (?)

Fonte: (P3, 2012, p67. e P4, 2012, p.103 )

As pesquisas P3 e P4 utilizam Fishbein (1985), que caracteriza a divisão por partição e a divisão por quota; a primeira refere-se ao ato de repartir, e a segunda está relacionada com a ideia de divisão por medidas. P6 apresenta também essa diferenciação, citando que “No problema de partição, é dada uma quantidade inicial e o número de vezes que esta deve ser distribuída”. (p.44) E o exemplo apresentado por essa pesquisa é "Paguei R\$ 12,00 por três garrafas de vinho. Qual é o preço de uma garrafa?" (VERGNAUD, 1991, p. 198 apud P6 p.45). Ressaltamos que apesar de Vergnaud (1990) nomear sobre as divisões por partição e quota e apresentar exemplos seus textos não apresentam a definição de suas diferenças como citado por Fishbein (1985).

Percebemos assim, ao metassintetizar as pesquisas, que os estudos abordam a dificuldade no ensino de divisão, o que acarreta como consequência a dificuldade do aluno

nas

resoluções desse tipo de problema. Os estudos de Shulman (1986, 1987 e 2005) apontam o conhecimento do assunto a ser tratado com os alunos como fator necessário à docência.

Quanto à divisão por quotas observamos que a P2 nota que esse tipo de divisão não é muito abordado pelos docentes na elaboração das atividades, o que já foi citado por P3e P4 sobre a dificuldade dos docentes no trabalho com as diferentes situações que envolvem a divisão. Assim consideramos que o trabalho como uma única situação de divisão pode causar dificuldades na compreensão dos alunos. Para esse fato nos remete os estudos de Vergnaud (1990) que considera importante o trabalho com as diferentes situações de um Campo conceitual para a aprendizagem. O exemplo apresentado por P2 foi: “*Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar pacotes de balas a R\$ 4,00 o pacote. Quantos pacotes ele poderá comprar?*”. (VERGNAUD, 2009, p.240 apud P2, p.72) Podemos inferir aqui aproximações entre as teorias de Vergnaud e Shulman.

Salientamos que temos consciência que ambas as teorias realizam suas pesquisas em assuntos diferentes, sendo que Vergnaud (1990) apresenta a Teoria dos Campos Conceituais com situações para a aprendizagem e Shulman (1986) nos mostra os conhecimentos necessários para o Desenvolvimento Profissional Docente. Mesmo diante desses aspectos diferentes, buscamos possíveis complementariedades, pois Vergnaud (1988, 1990) considera necessário o trabalho com as diferentes situações do Campo Conceitual Multiplicativo para que se atinja a aprendizagem, e Shulman (1986, 1987, 2005) entre os vários conhecimentos necessários ao Desenvolvimento Profissional Docente, considera necessário o domínio do conteúdo a ser ensinado, das estratégias de ensino e da proposta curricular, além dos conhecimentos pertinentes aos alunos e dos demais aspectos escolares. Assim é preciso um conjunto de conhecimentos para o planejamento e organização das ações docentes, e entre esses conhecimentos esta o domínio as diferentes situações apresentadas por Vergnaud. Com isso vemos a necessidade de formação continuada nessa área.

As P3 e P4 nos trazem como exemplo: “*João tem 30 figurinhas e vai distribuir cinco delas entre os amigos. Quantos amigos de João ganharão figurinhas?*”. E apresentam a tabela do esquema:

**Tabela 2 - Esquema da divisão por quota**

Informação 1 (conhecida)	Informação 2 (desconhecida)	Resultado (cota conhecida)
Quantidade 1 (Q1) Quantidade: 30 figurinhas	Quantidade 2 (Q2) Quantidade: amigos (?)	Relação entre Q1 e Q2 Conhecida: S

Fonte: P3(2012, p.67) P4, (2012, p103.)

As P3 e P4 reiteram a distinção entre a divisão por partição e a divisão por quota, já citadas, e o fazem justificando que alguns docentes se confundem ao analisar as situações-problema.

Assim, notamos que segundo as teorias metassintetizadas, as situações que envolvem a divisão devem ser mais exploradas em formações contínuas de professores dos Anos Iniciais, visto que Vergnaud (1990) vê a importância de que todas as situações sejam apresentadas aos alunos para que se desenvolva o conhecimento do Campo Conceitual Multiplicativo. Do mesmo modo, Shulman (1986, 1987,2005) afirma a necessidade da relação entre os conhecimentos do professor para que ocorra uma possível eficácia do ensino.

A P6 mostra também problemas de divisão por quota, assim como o fazem as P3 e P4. Apresenta como situação-problema de partição por quota um dos problemas citados por Vergnaud: "Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar alguns pacotes de caramelo, que custam R\$ 4,00 cada. Quantos pacotes ele pode comprar?" (VERGNAUD, 1991, p.198 apud P6, p.45).

Na discussão desse problema, P6 relaciona as Teorias de Vergnaud e Duval por considerar que a segunda auxilia na compreensão de como se desenvolve um conceito matemático, especificamente na compreensão da dificuldade dos alunos em reconhecer as diferentes representações. A autora considera que:

Vergnaud entende que os conceitos se constroem a partir de situações. Duval considera que a aprendizagem implica dominar símbolos formais. Assim sendo, torna-se pertinente explicitar melhor as diversas concepções sobre a construção dos conceitos, de tal forma que se possa ampliar o olhar para os diferentes aspectos que envolvem a aprendizagem matemática. (P6, 2007, p.21)

Ao utilizar as duas teorias em sua pesquisa e refletir sobre elas, a P6 afirma ainda que:

Analogamente a Duval (2003), Vergnaud (1986) considera que a mudança de um modo de representação para outro não garante a aprendizagem. Para que o conhecimento se torne operacional, é necessário reconhecer os diferentes invariantes operatórios presentes no plano dos significados, uma vez que são os invariantes

operatórios que organizam a ação mediante objetos, propriedades, relações e processos que o pensamento recorta no real. (P6, 2007 p36)

Assim, apesar de utilizar outra teoria para complementar a de Vergnaud (1990), a P6 ressalta a importância da compreensão dos aspectos que compõem um esquema, como, por exemplo, os invariantes operatórios existentes em uma determinada situação. Pressupõe que, para atingir algum conhecimento, é necessário que haja vários aspectos interligados; um deles são as ações desempenhadas pelos docentes para que ocorra o entendimento do conteúdo.

Tal fato nos faz inferir, que esses aspectos interligados se aproximam do que é proposto pelo modelo pedagógico de raciocínio e ação citado de Shulman (1987 e 2005). Reiteramos que o autor nos diz que o modelo pedagógico de raciocínio e ação é composto por: compreensão, transformação, ensino, avaliação, reflexão e novas maneiras de compreender.

Assim, apresentamos algumas sugestões de atividades que envolvem a divisão mencionada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e que podem ser utilizadas no ensino da divisão. Entre elas estão: cálculo da metade, subtrações sucessivas do divisor e adições sucessivas do divisor, partindo-se do zero e distribuindo quantidades de 2 em 2, de 5 em 5 ou de 10 em 10.

## 5. Considerações Finais

A metassíntese das situações problemas apresentadas pelas pesquisas permitiu que pudéssemos compreender mais sobre a divisão por partição e quota citada por Vergnaud (1990).

Notamos que as pesquisas P2, P3 e P4 indicam a dificuldade dos docentes em diferenciar as duas situações de divisão; partição e quota, no qual inferimos que o trabalho como uma única situação pode causar dificuldades na compreensão dos alunos. Vergnaud (1990) ao propor as diferentes situações problemas em um campo conceitual apresenta a necessidade que se tem em trabalhar com todas as situações em sala de aula com os alunos para que estes possam compreender com mais profundidade o conhecimento estudado. Visto que ambas as situações apresentadas pelo autor complementam a aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo.

Inferimos sobre possíveis aproximações entre as teorias de Vergnaud e Shulman, ressaltando que a primeira considera necessário o trabalho com as diferentes situações do



## Campo Conceitual

Multiplicativo para que se atinja a aprendizagem, e o segundo considera o necessário o domínio do conteúdo a ser ensinado, das estratégias de ensino e da proposta curricular, além dos conhecimentos pertinentes aos alunos e dos demais aspectos escolares. Assim é preciso um conjunto de conhecimentos para a formação do Desenvolvimento Profissional Docente, e entre esses conhecimentos acreditamos que esta o domínio das diferentes situações do Campo Conceitual Multiplicativo apresentado por Vergnaud (1990).

Com isso, as pesquisas ao identificarem a dificuldade dos professores na divisão por partição e quotas, nos levam a inferir a necessidade em promovermos formações docentes específicas nessa área.

## 6. Agradecimentos

Agradecemos o financiamento dessa pesquisa pela Capes PROSUP

## 7. Referências

ALENCAR, E. S. D. **Conhecimento Profissional Docente de Professores do 5º ano em uma escola com bom desempenho em Matemática: o caso das estruturas multiplicativas.** Dissertação ( Mestrado em Educação Matemática). UNIBAN: São Paulo, 2012.

BRASIL, M. D. E. **Parametros Curriculares Nacionais de Matemática.** Brasília: MEC, 1997.

CAMPOS, E. G. J. D. **As dificuldades na aprendizagem da divisão: análise da produção dos erros dos alunos do ensino fundamental e sua relação com o ensino praticado pelos professores.** Dissertação ( Mestrado em Educação). Universidade Católica Dom bosco: Campo Grande, 2007.

FIorentini, D. A Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 8, n. 11, p. 61-82, 2013.

FISCHBEIN, Efraim et.al. The role implicit models in solving problems in multiplication and division. **JRME** 16 (1), 1985. p. 3-17

MAIA, M. G.

B. **Alfabetização matemática:** aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras. Tese( Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2013.

MERLINI, V. L. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na sobre a prática de um professora das séries iniciais:** um estudo de caso. Tese ( Doutorado em Educação Matemática). ed. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2012.

SANTOS, A. D. **Processo de formação colaborativa co foco no Campo Multiplicativo:** um caminho possível com professoras polivalentes. Tese ( Doutorado em Educação Matemática). ed. PUCSP: São Paulo, 2012.

SHULMAN, L. S. Those who understand : knowledge growth in teaching. **Education Researcher**, Stanford, v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb 1986.

SHULMAN, L.. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Educational Review**, Harvard, v. 57, p. p.1-22, 1987.

SHULMAN, S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Revista de Curriculum y formación del profesorado**, v. 9, p. p.1-30, 2005.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: HIEBERT, H.; LESH, M. **Numbers Concepts and Operations in Middle Grades**. [S.l.]: Lawrence Erlbaum, 1988. p. p 141-161.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches em Didactique des Mathematiques**, Paris, v. 23, n. 10, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **Le Moniteur de Mathematique**. Paris: Editions Nathan, 1997.