

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS DESAFIOS NO ENSINO DA ÁLGEBRA

*Fabiola da Cruz Martins*  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
*fabiola--@hotmail.com*

*Emily de Vasconcelos Santos*  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
*emily.vasconcelos@hotmail.com*

*Aluska Dias Ramos Macedo*  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
*aluskamacedo@hotmail.com*

### **Resumo:**

O presente trabalho trata da tarefa desafiadora que é o ensino da Álgebra, embora haja muitas discussões sobre as dificuldades enfrentadas, ainda existe carência de alternativas que facilite o ensino. Apresentamos a resolução de problemas como uma alternativa, uma vez que, reconhecemos suas potencialidades no ensino, destacamos a sua capacidade em proporcionar um aprendizado significativo. O trabalho foi realizado por meio de pesquisa bibliográfica, a fim de juntar concepções e evidenciar que a alternativa apresentada, se for utilizada de maneira adequada em sala de aula, é capaz de minimizar as dificuldades encontradas no ensino.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico; problematização; ensino da Álgebra.

### **1. Introdução**

O ensino da Álgebra no Ensino Fundamental é um dos desafios no ensino da Matemática, uma vez que, este é o momento em que o aluno evoluciona de expressões numéricas e passa a trabalhar com expressões algébricas, ou seja, as expressões que outrora eram apenas com números passam a ser com números e letras. Vale salientar a importância do modo como esse ‘acréscimo’ é feito, pois se não o for bem introduzido, o aparecimento das letras nas expressões pode ser encarado como um enigma para os alunos, capaz de refletir negativamente em sua formação.

Estudos como o de Barbosa (2009) destacam o fato da Álgebra ser reconhecida como uma área da Matemática em que os alunos normalmente não são bem-sucedidos, e ressaltam a preocupação que esta realidade gera para a comunidade Matemática, que vem buscando estratégias alternativas à abordagem da Álgebra que sejam capazes de inverter este quadro.

Como Devlin (1998) refere:

(...) ao longo dos anos a Matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a Matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas, mas sim a compreensão de padrões — padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza (p. 206).

Acredita-se que um dos fatores que dificulta o ensino de Álgebra é a maneira em que ela é introduzida, muitas vezes a falta de conexão do conteúdo com o mundo real torna o ensino insignificante para o aluno, dificultando sua compreensão. Acredita-se também que outro fator capaz de dificultar esse ensino da Álgebra é a falta de maturidade dos alunos no que diz respeito à percepção de padrões e em generalizar situações, logo, isso pode acarretar nas dificuldades em lidar com manipulações algébricas.

O objetivo geral deste trabalho é apresentar a importância da resolução de problemas no ensino da Álgebra. Acredita-se na resolução de problemas, pois ela é capaz de introduzir o conceito de Álgebra de maneira contextualizada com o cotidiano, facilitando assim, a construção de conceitos por meio de situações rotineiras, evidenciando a utilidade do conteúdo que muitas vezes é visto como algo insignificante na vida do aluno.

A problematização pode ser vista como alternativa facilitadora na introdução da Álgebra em sala de aula. Uma vez que, a aplicação de um conteúdo no cotidiano do aluno torna a atividade de generalização algo menos abstrata e incentiva o aluno a construir seu próprio conhecimento.

Tratar o ensino da Álgebra por meio da resolução de problemas como práticas estimulantes e desafiadoras pode contribuir de maneira positiva auxiliando os alunos a compreender o conteúdo e construir novos conhecimentos. Espera-se com este trabalho provocar nos professores uma reflexão voltada para as metodologias utilizadas no ensino de Álgebra, visando melhorar a qualidade do ensino da Matemática.

## 2. O Ensino de Álgebra

A Álgebra está destacada como um dos cinco padrões/blocos de conteúdos matemáticos nos *Princípios e Padrões* do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM). No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) estão organizados em quatro blocos de conteúdos, sendo que a Álgebra não constitui um bloco independente, faz parte do bloco Números e Operações, estando também ligada aos demais blocos.

O autor John K. Baumgart define em seu livro “Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula” (1994) a Álgebra dividida em dois grupos: Álgebra antiga (elementar) – estuda as equações e métodos de resolvê-la; Álgebra moderna (abstrata) – estuda as estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos. No entanto, o presente trabalho trata dos desafios do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental, momento em que é introduzido e trabalhado conceitos da Álgebra Elementar. Embora estes conceitos possam ser desenvolvidos desde as séries iniciais, são nas séries finais do Ensino Fundamental que o ensino de Álgebra é concretizado.

Segundo os PCN (1998):

As atividades algébricas são ampliadas nesta fase pela exploração de situações-problemas, onde o aluno poderá reconhecer diferentes funções da Álgebra, generalizar padrões aritméticos, representar problemas através de equações e inequações e compreenderá as regras para resolver equações (p.50).

Para Walle (2009) o ensino da Álgebra na atualidade tem mudado o foco, hoje o ensino não é mais voltado para procedimentos de manipulação de símbolos e aplicações artificiais sem conexão com o cotidiano. Para o autor, atualmente o ensino da Álgebra enfoca o tipo de pensamento e raciocínio que prepara o aluno a pensar matematicamente em todas as áreas da Matemática.

Quando o ensino da Álgebra é voltado para procedimentos de manipulação de símbolos, o conteúdo se torna abstrato, impossibilitando o aluno a perceber a importância e aplicação do conteúdo no mundo real. Vale salientar que a Álgebra é muito mais do que manipulação de símbolos, por isso, a importância de preparar o aluno a pensar

matematicamente, para que o mesmo desenvolva o pensamento algébrico capaz de torna-lo útil não somente nas aulas de Matemática, como também na vida cotidiana.

### 3. O Pensamento Algébrico

Ponte et. al. (2009, p.10) afirmam que “O grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos”. Os autores completam afirmando que o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas (Figura 1).

Figura 1: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;</li> <li>▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;</li> <li>▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.</li> </ul>
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades);</li> <li>▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;</li> <li>▪ Deduzir.</li> </ul>
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).</li> </ul>

Fonte: Ponte et. al. (2009, p.11).

A primeira vertente – representar – diz respeito à capacidade de o aluno usar diferentes sistemas de representação, percebendo que o mesmo símbolo pode assumir diferentes contextos. Na segunda vertente – raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – assumem especial importância, quando trata do relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para certa classe de objetos). Tal como nos outros campos da Matemática, um aspecto importante do raciocínio algébrico é o deduzir. Finalmente, na terceira vertente – resolver problemas, que inclui modelar situações – trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios.

Baseado nas concepções de Walle (2009), Kaput (1999 apud WALLE, 2009 p. 288) tem a descrição mais completa sobre o pensamento algébrico englobando todas as ideias de outros autores que falam sobre o assunto. Kaput descreve cinco formas diferentes de pensamento algébrico:

- Generalização da aritmética e de padrões em toda a Matemática.
- Uso significativo do simbolismo.
- Estudo da estrutura no sistema de numeração.
- Estudo de padrões e funções.
- Processo de modelagem Matemática, que integra os quatro anteriores.

Walle (2009, p. 288) corrobora da descrição de Kaput afirmando que o pensamento algébrico é composto de diferentes formas de pensamento e ressalta a importância de desenvolver essas formas de pensar desde o início escolar, ou seja, incentivar desde cedo o aluno a pensar matematicamente.

Além da necessidade do ensino desde as séries iniciais, também é necessário que haja uma articulação com o cotidiano do aluno, para que haja um maior interesse no aprendizado. Pois como afirma Kaput (1999): “A Álgebra escolar tem tradicionalmente sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desligados quer dos outros conteúdos matemáticos, quer do mundo real dos alunos”.

#### **4. A Resolução de Problemas e o Ensino da Álgebra**

Como refere Ponte et. al. (2009) as origens da Álgebra estão ligadas a formalização e sistematização de certos métodos de resolução de problemas. Nesta perspectiva, compreendemos que inspirar-se em seu surgimento buscando inseri-la na sala de aula por meio da resolução de problemas é um caminho plausível para minimizar os desafios do ensino da Álgebra. Uma vez que é aplicável a diversas ações do cotidiano tornando-se indispensável a inserção em diferentes contextos.

É comum encontrar a Álgebra sendo apresentada nas salas de aula de maneira desconexa com a resolução de problemas, Lopes (2014), aponta em seus estudos a dificuldade do aluno em utilizar equações na resolução de problemas e ressalta que isso acontece pelo fato do aluno ainda não ter compreendido o sentido do símbolo matemático – a incógnita - e pela dificuldade em traduzir da linguagem corrente para a linguagem matemática. Segundo a autora, os alunos preferem resolver problemas utilizando seus próprios métodos, definidos por ela como “registro na língua natural” e o “registro geométrico”, ao invés de utilizar um “registro algébrico” para resolver uma situação matemática, uma vez que essa ainda não é a sua linguagem.

Dante (2000, p.15) destaca que “[...] é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária”, o que sanciona os resultados de Lopes (2014).

Ao tratar da Resolução de Problemas, os PCN (1998) propõem alguns princípios para sua exploração em sala de aula, destacamos os seguintes:

- A situação-problema deve ser o ponto de partida da atividade Matemática, não a definição;
- Um problema deve levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema, que em um outro momento o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas;
- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas;

A partir

desses princípios resumidos pelos PCN, percebe-se a necessidade em desfazer a tradição de se utilizar problemas como exercícios ao término de conteúdos, como técnica para aumentar a assimilação e também avaliar a aprendizagem.

Segundo Dante (2000):

Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema, ou problema-processo, é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A solução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (p.43).

A assimilação do conteúdo por meio da resolução de problemas só é feita a partir do momento em que o aluno percebe a necessidade da utilização do mesmo para facilitar a resolução e não quando o conteúdo é visto como um meio único para solucionar o problema.

A importância da resolução de problemas no ensino da Álgebra é a capacidade de alcançar os objetivos definidos para o ensino desse conteúdo, que é possibilitar ao aluno a compreensão dos conceitos e torna-lo capaz de utilizá-los em outras situações. Por isso, é necessário que o aluno perceba a Álgebra como uma aliada na resolução de problemas em diferentes contextos.

De acordo com Tufano (2001):

Contextualizar: ato de colocar no contexto. Do latim *contextu*. Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideais em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar (p.40).

Quando o ensino se dá pela resolução de problemas, o aluno é preparado para diversas situações fora dos muros da escola, ou seja, ele consegue relacionar a informação recebida com algo real. Em muitas situações do cotidiano a Álgebra aparece em forma de situação-problema, se na escola o aluno ver o conteúdo de forma contextualizada com a solução de certos problemas, na vida cotidiana ele é capaz de traduzir um problema real para a linguagem algébrica.

#### 4.1 Como resolver um problema?

O autor Polya (1987) descreve em seu Livro “A arte de resolver problemas” as quatro fases para a resolução de um problema. Que são as seguintes:

- 1º. Compreensão do problema;
- 2º. Estabelecimento de um plano;
- 3º. Execução do plano;
- 4º. Retrospecto.

A primeira fase, a compreensão do problema, é fundamental, pois para se responder um problema é necessário compreender o que se pede. Muitos erros são cometidos pela falta de interpretação do problema tornando quase impossível responder com coerência uma pergunta mal compreendida. Nesta fase, o autor chama a atenção para três pontos a serem identificados, que são considerados por ele as partes principais do problema, que são: a incógnita, os dados e a condicionante. O aluno precisa considerar esses três pontos atento e repetidamente e sob várias óticas.

Após ter compreendido o problema, o aluno tem a capacidade de passar para a segunda fase que é o estabelecimento de um plano. Para estabelecer um plano é necessário que o aluno tenha conhecimento prévio acerca dos conteúdos fundamentais para solucionar o problema. Havendo este conhecimento, é importante que ele busque assemelhar o problema a outros resolvidos anteriormente para que as ideias de como solucioná-lo possam surgir.

A terceira fase, a execução do plano, é a parte mais tranquila e também a parte essencial, pois é o momento mais esperado, a resposta. Se o plano foi feito corretamente, essa será a fase mais simples para o aluno e também para o professor. É importante que todos os passos sejam feitos com atenção para que o aluno esteja sempre se corrigindo, pois, os erros nos passos anteriores refletem nos passos seguintes. Tratando do cuidado em cada passo e sobre a percepção do erro, o Polya (1987 p.09) complementa dizendo: “[...] pode o professor realçar a diferença entre “perceber” e “demonstrar”: É possível perceber claramente que o passo está certo? Mas pode também demonstrar que o passo está certo? ”. A partir destas indagações o aluno pode retomar e perceber se está seguindo o roteiro corretamente e se necessário, fazer as correções.

Por fim, tem-se o retrospecto, que é uma fase em que o aprendizado é consolidado. Muitas vezes o aluno por pressa ou desinteresse, ao resolver o problema acaba não o dando mais atenção, perdendo assim a beleza do problema. Como afirma Polya (1987 p.10): “Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e examinando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas”.

É notório que todas as fases têm grande importância, se seguidas corretamente solucionam de maneira significativa qualquer problema e se feitos cuidadosamente muitos erros e enganos podem ser evitados. Este não é um caminho único para solucionar um problema, mas é uma forma estruturada de se solucionar problemas. Como Pólya (1887, p.4) chama a atenção: “Pode acontecer que a um estudante ocorra uma excepcional ideia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente a solução”.

No entanto, como assegura Dante (2000) ao se referir do esquema de Pólya, essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis, a resolução de um problema é algo mais complexa, que não se limita a solução como se fosse um algoritmo, porém essas etapas orientam o solucionador durante o processo.

## 5. Considerações Finais

A resolução de problemas é uma maneira de relacionar o conteúdo matemático com a vida cotidiana, de forma que torne perceptível ao aluno a aplicabilidade da Matemática que aparenta ser bastante abstrata. É indiscutível que resolver problemas não é uma tarefa fácil. Desse modo, Dante (2000) ressalta que o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos, com efeito, conduzi-los a “fazer matemática” e não somente observá-la ser feita pelo professor.

Em virtude do que foi mencionado, finalizamos o estudo reforçando a ideia de que a resolução de problemas é uma estratégia à abordagem da Álgebra capaz de minimizar as dificuldades no ensino, uma vez que, por meio da resolução de problemas se torna mais fácil mostrar a aplicação do conteúdo no cotidiano e assim evidenciar ao aluno sua importância e necessidade de aprendê-lo.

### **Agradecimentos**

Agradecemos a Deus, fonte de toda a sabedoria e agradecemos em especial a Prof. Ms. Aluska Dias, por se mostrar sempre disponível a nos ajudar, pelas valiosas sugestões e pelo exemplo de dedicação e responsabilidade no desenvolvimento do trabalho.

## 6. Referências

- BARBOSA, A. C. C. (2009). A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico. [Consultado em: <<http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/10561/1/tese.pdf>>. Acesso em: fev. de 2016].
- BAUMGART, J. K. Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra / John K. Baumgart: tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo, Sp; atual, 1994.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Quadrante, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007
- DANTE, L. R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 2000.
- DEVLIN, K. Life by the numbers. NY: John Wiley & Sons, Inc. 1998.
- KAPUT, J. J. Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. Available at [www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/da/da-textos/kaput\\_99algund.pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/da/da-textos/kaput_99algund.pdf), 1999.
- LOPES, L. M. T. (2004) A Aprendizagem das Noções Elementares da Álgebra e das Equações no 7º ano de Escolaridade. [Consultado em: <<http://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/979/1/MestradoL%C3%BAciaLopes.pdf>>. Acesso em: maio de 2016].
- NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. Reston VA: NCTM, 2000.
- POLYA, G. (George), 1887 – A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático / G. Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. \_ 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- PONTE, J. P., Branco, N., & Matos, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.
- ROCHA, E. A. R.; Dificuldades no Ensino e Aprendizagem de Aritmética e Álgebra nas Escolas Públicas. Semana de Educação Matemática, v. 1, p. 1-7, 2011. TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, Ivani C. A. (Org.) Dicionário em Construção: interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.
- TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, Ivani C. A. (Org.) Dicionário em Construção: interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.
- VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.