

## ALGUMAS REVELAÇÕES DE ALUNOS E PROFESSORAS DO 4º. ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE O SIGNIFICADO PARTE-TODO DOS NÚMEROS RACIONAIS

*Grace Zaggia Utimura*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*mnutimura@gmail.com*

*Edda Curi*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*edda.curi@gmail.com*

### **Resumo:**

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa em andamento do Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Foi baseado numa parceria entre a Rede Estadual de São Paulo e a referida Universidade por meio de um curso de extensão, ao longo de 2015. Tem como objetivo apresentar os resultados do desenvolvimento de duas atividades de material didático, que trata da representação fracionária dos números racionais do significado parte-todo. O grupo formado por sete professoras de 4º. ano e a formadora utilizou a metodologia de Estudos de Aulas (*Lesson Study*) evidenciando alguns resultados parciais, entre outros: a) as práticas de compartilhamento a partir do planejamento das aulas influenciam positivamente no ensino. b) os alunos foram capazes de compreender o significado parte-todo nas representações fracionárias quando mediados por ações do professor e pela interação aluno-aluno.

**Palavras-chave:** Números racionais; Ensino e Aprendizagem; Estudos de Aulas (*Lesson Study*); Formação Continuada.

### **1. Introdução**

Este texto é parte da tese de doutorado em andamento da Universidade Cruzeiro do Sul, financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Em 2015, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo por meio da Diretoria Regional de Ensino (DRE) Leste 1, fez parceria com a referida Universidade que trata do ensino da Matemática e da Formação de Professores com o intuito de investir na formação de professores dos anos iniciais, afim de melhorar as aprendizagens dos alunos das escolas dessa Diretoria. Foi oferecido um curso de extensão<sup>1</sup>, denominado “Estudos de Aulas: contribuições

---

<sup>1</sup>O curso foi autorizado pelo Comitê de Ética da referida Universidade a partir da autorização do uso de imagem e dos protocolos dos alunos, assinados pelos seus responsáveis, para fins pedagógicos. A Universidade tem apoiado a realização de atividades de formação continuada em parceria com escolas públicas de várias regiões.

para melhoria da qualidade do Ensino de Matemática nos anos iniciais na DRE Leste 1 e desenvolvimento profissional de seus professores”.

Por sua vez há uma demanda da rede estadual de capacitação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para utilizar um material institucional no âmbito do Projeto Educação Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (EMAI).

O Projeto EMAI (2014) envolve alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando que o professor é protagonista no desenvolvimento do currículo em sala de aula, na construção das aprendizagens dos alunos e apresenta um material de Matemática a ser desenvolvido em cada ano de escolaridade.

O curso de extensão foi organizado em grupos de professores do 1º. ao 5º. ano com a finalidade de estudar o material do EMAI e fazer adaptações para uso com seus alunos em sala de aula. Cada formador é doutorando do Programa já mencionado anteriormente. Houve a apresentação para todos os grupos da metodologia de Estudos de Aulas (*Lesson Study*). Essa estratégia metodológica teve origem no Japão e foi difundida para vários países do mundo como: Estados Unidos, Portugal, Chile e Brasil. Em cada país foi traduzida de forma diferente. No Japão, “Pesquisa de Aula”, no Chile, “Estudio de Clases” e em Portugal, “Estudos de Aulas”. Em nossa pesquisa, optamos por utilizar a tradução assumida por Portugal.

Para Ponte et al (2012) e Ponte (2014) alguns aspectos são fundamentais nos Estudos de Aula, como as aprendizagens dos alunos e a natureza reflexiva e colaborativa dos envolvidos ao longo do trabalho. Com isso, estudos teóricos são realizados pelos professores e pesquisadores, materiais didáticos são compartilhados, além de textos, livros, recursos e trocas de experiências.

Segundo Elliot (2012), o compartilhamento dos conhecimentos profissionais permite o desenvolvimento profissional dos professores e pesquisadores. Neste sentido é possível proporcionar uma abordagem exploratória e investigativa no ensino da Matemática criando oportunidades para que os alunos se posicionem durante as aulas, aprofundando, investigando, estimando, representando e construindo as ideias e os conceitos matemáticos. Nesta abordagem, o aluno “tem voz” durante as aulas e momentos de discussões coletivas são

oferecidos ao invés do professor ensinar diretamente os procedimentos e em seguida, propor exemplos e exercícios para praticar.

Com isso, após a identificação do problema as aulas são planejadas em conjunto pelos professores e pesquisadores. Nesta etapa buscam-se selecionar os materiais relevantes, as necessidades efetivas dos alunos, a colaboração dos professores e estudos sobre o tema a ser estudado. A próxima etapa “Implementação das aulas” consiste em colocar em prática as aulas que foram planejadas, podendo ser observadas por professores e pesquisadores universitários. Logo, nas sessões de “Reflexão e análise das aulas” os professores e observadores relatam o que observaram e refletem sobre as etapas anteriores. Algumas aulas podem ser replanejadas pelo grupo. Em seguida as aulas são implementadas e refletidas pelo grupo.

Nesta parceria, foi realizado um levantamento de dados sobre os perfis das professoras, sobre o uso e conhecimento de material institucional utilizado nessa rede de ensino, a relação com a Matemática, entre outros.

## **2. Números racionais - significado e representação**

Os números racionais surgem para atender a demanda em que os números naturais não são mais suficientes para resolver determinadas situações. O nome racional se relaciona com o termo ratio ou razão, associando um número racional àquele número que pode ser representado por uma razão entre números inteiros, excluindo o caso em que o divisor é zero.

Um aspecto importante sobre o estudo e a aprendizagem dos números racionais é destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) para o segundo ciclo - que faz parte dos nossos estudos. Apresenta a exploração de “frações” com o significado de parte-todo, ou seja, um todo se divide em partes equivalentes e há uma relação entre um número de partes utilizadas e o total de partes do todo. Os números racionais podem ser positivos ou negativos, mas vamos analisar em nossos estudos apenas os positivos, trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em nossa opinião, o estudo dos números racionais poderia ser introduzido nos anos finais do Ensino Fundamental, uma vez que daria tempo para que os alunos se apropriassem

de maneira mais consistente dos números naturais e do sistema de numeração decimal, ao invés de ser trabalhado ao mesmo tempo nesta faixa etária. No entanto, na proposta curricular do Estado de São Paulo, o estudo dos números racionais é iniciado no 4º. ano.

Consideramos fundamental uma demanda de tempo maior para a exploração desse assunto, uma abordagem adequada em que o professor saiba como ensinar e planejar atividades que permitam a construção dos conceitos por meio de situações-problema que sejam significativas para os alunos.

### 3. Desenvolvimento do curso de extensão

Participaram deste curso sete professoras do 4º. ano. A metodologia de trabalho ao longo do curso de extensão de 180 horas foi pautada pela interação entre os participantes e nas análises das tarefas propostas para os alunos das Escolas Públicas. Em alguns encontros, além do planejamento das atividades que seriam propostas aos alunos, havia momentos de formação sobre diversos conteúdos matemáticos, trocas de experiências e conhecimentos entre os grupos.

Os encontros quinzenais, aos sábados, no período da manhã, com pesquisadores e professoras permitiram a elaboração conjunta de procedimentos metodológicos e didáticos e, posteriormente problematizados com os alunos permitindo que às professoras refletissem aspectos importantes relativos ao alcance dos objetivos das atividades.

A formadora participou das aulas em uma das turmas de uma professora envolvida. Com isso, pode fazer intervenções quando necessário, ampliar as discussões no grupo, analisar os aspectos contextualizados pelas professoras e pelos alunos, compreender a realidade do tema escolhido, justificando a preocupação que permeia na maioria dos docentes que desconhecem muitas vezes, os referenciais teóricos que subsidiam as atividades planejadas pelos autores e os conceitos básicos envolvidos no tema.

Nos encontros do grupo do 4º. ano compartilhamos estudos teóricos sobre a metodologia de trabalho, sobre os números racionais, sobre o material do EMAI permitindo estabelecer a relação da fundamentação teórica com as práticas pedagógicas colaborativas no grupo. Tínhamos como premissa discutir questões como: O que queremos que os alunos

aprendam? O que os alunos precisam saber para realizarem as atividades? Qual a proposta de organização da turma e por quê? Quais encaminhamentos podemos antecipar a partir das possíveis dificuldades dos alunos? Quais parâmetros podemos levantar para saber o que os alunos aprenderam e conseqüentemente se alcançaram os objetivos propostos?

Por causa da tese de doutorado, foram reproduzidas as atividades do material do EMAI envolvendo os números racionais para que a pesquisadora Grace (que é a própria formadora) pudesse recolher e analisá-las, pois estas atividades são parte do corpo de sua pesquisa. Optamos em identificar as sete professoras ao longo do trabalho como: P1, P2, ... P7.

Como várias aulas das professoras foram filmadas, combinamos que as professoras seriam responsáveis pela escolha e edição de um trecho de uma aula e de relatórios para compartilhar com o grupo.

#### **4. Desenvolvimento das atividades**

De cinco atividades propostas na sequência 18 do material do EMAI, três referem-se ao início do trabalho com os números racionais, sendo que duas tratam do significado parte-todo e da representação fracionária.

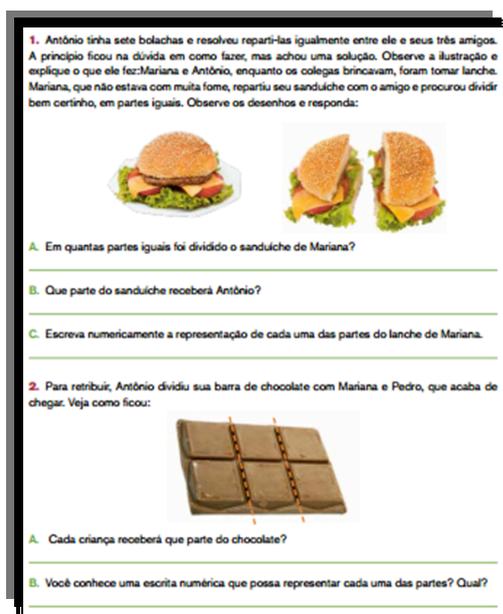
Iniciamos o trabalho com as professoras verificando se todas identificavam quais expectativas de aprendizagem estavam relacionadas com as atividades, no caso: Compreender alguns dos significados dos números racionais: quociente e parte-todo; Resolver situações-problemas simples que envolvam alguns dos significados dos números racionais: quociente e parte-todo; Ler números racionais de uso frequente na representação fracionária e Reconhecer números racionais no contexto diário (metades e terças partes).

Logo no início dos encontros algumas professoras comentaram que achavam a quantidade de atividades disponibilizadas no material didático, pequena por terem oito aulas de Matemática por semana (de acordo com a matriz curricular do Estado de São Paulo). Isso foi sendo desconstruído pelas professoras a partir de discussões promovidas pela formadora que abordava o tempo didático necessário para cada sequência de ensino.

Como nem todas as professoras estavam nas mesmas sequências de ensino, adaptamos o trabalho para que todas planejassem e refletissem juntas, discutindo possibilidades de resoluções e as respostas das atividades, retomando os conceitos matemáticos, no intuito de atingir o objetivo e influenciar na qualidade do trabalho.

Enfatizamos que era preciso uma conversa inicial com os alunos, que as situações fossem problematizadas, intervenções deveriam ser feitas (sejam individuais e/ou coletivas), os materiais necessários deveriam ser providenciados antes do início da aula, observar se o tempo previsto no planejamento foi o suficiente e organizar os alunos em pequenos grupos. Foi combinado com a professora titular da turma da pesquisa de campo, que a formadora poderia intervir sempre que necessário, no intuito de contribuir nas aprendizagens dos alunos.

Conforme material do professor relativo a primeira atividade, (Figura 1) essa foca nas repartições em partes iguais de um sanduíche entre dois amigos (duas partes iguais, cada um receberá a metade,  $\frac{1}{2}$  - representação fracionária) e uma barra de chocolate em três amigos (uma parte de três partes,  $\frac{1}{3}$  é o que cada um receberá). De acordo com a imagem da barra de chocolate surgiu outra resposta e hipótese entre as professoras (2 partes de seis partes,  $\frac{2}{6}$  – representação fracionária). Era uma curiosidade do grupo verificar se em todas as turmas isso também aconteceria no momento da implementação da aula.



1. Antônio tinha sete bolachas e resolveu reparti-las igualmente entre ele e seus três amigos. A princípio ficou na dúvida em como fazer, mas achou uma solução. Observe a ilustração e explique o que ele fez: Mariana e Antônio, enquanto os colegas brincavam, foram tomar lanche. Mariana, que não estava com muita fome, repartiu seu sanduíche com o amigo e procurou dividir bem cerinho, em partes iguais. Observe os desenhos e responda:



A. Em quantas partes iguais foi dividido o sanduíche de Mariana?  
\_\_\_\_\_

B. Que parte do sanduíche receberá Antônio?  
\_\_\_\_\_

C. Escreva numericamente a representação de cada uma das partes do lanche de Mariana.  
\_\_\_\_\_

2. Para retribuir, Antônio dividiu sua barra de chocolate com Mariana e Pedro, que acaba de chegar. Veja como ficou:



A. Cada criança receberá que parte do chocolate?  
\_\_\_\_\_

B. Você conhece uma escrita numérica que possa representar cada uma das partes? Qual?  
\_\_\_\_\_

Figura 1 – Sequência 18 (EMAI, 2014)

A segunda atividade (Figura 2) propõe que os alunos analisem dois relatos de amigos sobre como foi o consumo de pizzas em suas casas identificando por meio de figuras, em quantas partes iguais cada pizza foi dividida e como representar numericamente cada pedaço da pizza, sendo que todos os discos de pizza são do mesmo tamanho. Na situação contextualizada da atividade, aparece também, além da escrita numérica, a escrita por extenso das representações fracionárias para que os alunos se apropriem das duas linguagens.

Assim como Mariana, Antônio e Pedro, você já deve ter reparado muitas coisas com as pessoas com quem convive. Mariana contou que em sua casa comeram uma pizza e fez o seguinte comentário:



Nossa pizza foi dividida em 6 partes iguais.  
Cada parte é  $\frac{1}{6}$  (um sexto) da pizza e já comemos  $\frac{2}{6}$  (dois sextos).  
Estão sobrando  $\frac{4}{6}$  (quatro sextos) dessa pizza.

Você concorda com o comentário de Mariana? Por quê?

Antônio relatou que sua família adora pizzas e que comeram duas no dia anterior. Observe como foi feita a divisão e preencha o quadro:

	Número de partes em que foi dividida a pizza	Escrita numérica que representa cada pedaço
A. 		
B. 		

Se os discos de pizza consumidos pela família de Mariana e de Antônio forem de mesmo tamanho, em que caso o pedaço de pizza é maior?

Nesse caso, o que é maior:  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  ou  $\frac{1}{8}$ ?

Figura 2 – Sequência 18 (EMAI, 2014)

As orientações ao professor do material didático sugerem que as hipóteses dos alunos sejam socializadas, que eles se sentem em duplas e que dois círculos de papel do mesmo tamanho sejam providenciados para cada dupla.

As professoras durante o planejamento decidiram providenciar três círculos, pois como existe uma atividade que pergunta qual representação fracionária é maior ( $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  ou  $\frac{1}{8}$ ), após as dobras e os recortes das partes iguais de cada círculo, a sobreposição poderia contribuir para que os alunos compreendessem tal comparação. Em ambas atividades, as professoras fizeram a previsão de duas aulas para a implementação e combinaram de verificar se os alunos perceberiam se um todo se divide em partes equivalentes e que há uma relação entre um número de partes utilizadas e o total de partes do todo.

## 5. Algumas revelações da pesquisa

A análise permitiu evidenciar algumas revelações, a saber: a) as práticas de compartilhamento a partir do planejamento das aulas influenciaram positivamente no ensino. b) os alunos foram capazes de compreender o significado parte-todo das atividades propostas quando mediados por ações do professor e pela interação aluno-aluno. c) a necessidade da intervenção pontual para alguns alunos.

O *primeiro resultado* evidencia que as práticas de compartilhamento a partir do planejamento das aulas influenciam positivamente no ensino.

Foi um desafio para a formadora organizar os encontros devido as professoras não estarem ao mesmo tempo desenvolvendo as mesmas sequências de ensino do material do EMAI. Ao longo do tempo esse desafio foi se tornando um fator positivo, porque as professoras que ainda não estavam nas atividades planejadas e implementadas pelo grupo, tiveram subsídios e experiências de outras colegas de trabalho com suas turmas, podendo contribuir assim, nos trabalhos posteriores com seus alunos.

Outro desafio foi capacitar, dar subsídios para as professoras dos conteúdos matemáticos envolvidos nas atividades. Muitas das intervenções que ocorrem durante a realização de uma atividade não podem ser elaboradas antecipadamente e compete a professora na reflexão durante a ação elaborá-la. Dessa forma o conhecimento matemático precisa ser discutido nos momentos de formação para que as professoras tenham segurança e valide ou não os conhecimentos dos alunos.

Com isso foi possível que todas as professoras se envolvessem nas etapas de Estudos de Aulas.

O relato da professora P1 evidencia a importância desta estrutura colaborativa:

[...] as trocas de situações apresentadas em sala, transpõem com clareza a relação da Expectativa de Aprendizagem. Ter um diálogo sobre os números racionais me proporcionou uma visão expansiva, quanto aos conceitos matemáticos e como transpor isso com mais significado para os meus alunos atuais e os alunos que virão futuramente. Antes de participar do grupo, a interpretação não era tão eficaz, pois a teoria não era clara.

Com isso, os estudos do material do EMAI, a ampliação de estratégias metodológicas e didáticas ao longo do trabalho, o domínio do conceito do significado parte-todo e a representação fracionária dos números racionais possibilitou segurança por parte das professoras ao longo das aulas com suas turmas.

Assim, o *segundo resultado* nos mostrou que os alunos, em média com 9 anos de idade, foram capazes de compreender o significado parte-todo nas representações fracionárias quando mediados por ações do professor e pela interação aluno-aluno.

Dos 190 alunos que realizaram a primeira atividade envolvendo a repartição de um sanduíche entre dois amigos e uma barra de chocolate em três amigos, 72% dos alunos atingiram o objetivo proposto, levando em conta que são situações que os alunos consideraram que já aconteceram com eles ou já presenciaram.

Dos 28% restantes, algumas respostas nos chamaram atenção ao indicarem em quantas partes iguais foi dividido o sanduíche de Mariana, que parte do sanduíche Antônio receberá, que parte do chocolate cada criança receberá e a escrita numérica para representar cada uma das partes:

“Uma metade de hambúrguer.”; “Um lanche dividido em meia igual.”; “O que está dividido.” e “Qualquer parte do sanduíche.”. Para a representação numérica: “Antonio 1 e Mariana 2.”; “1ª parte e 2ª parte”; “1 sobre 2”; “1,2”; “2 metades” e “um terço” ao invés de  $1/3$ .

Isso nos fez refletir que o trabalho foi compensador, mas para algumas turmas as intervenções precisavam ser individuais, em outras coletivas e que as aprendizagens dos alunos aconteceram em momentos distintos. Além disso, a linguagem matemática apropriada pelas professoras faziam a diferença para tais rupturas de linguagens.

Ainda sobre a atividade da barra de chocolate, como previsto, os alunos também dividiram a barra de chocolate em 6 “tabletes” (nomenclatura adotada por algumas professoras), registrando 2 partes em 6 e  $2/6$ . A resposta não está errada, mas de acordo com a análise da figura do material, as linhas tracejadas evidenciam a barra dividida em 3 partes e não em seis, porque são três amigos envolvidos na história. Porém, estas respostas que surgiram entre os alunos proporcionou uma intervenção das professoras com relação à equivalência entre  $2/6$  e  $1/3$ , pois isso havia sido discutido na etapa do planejamento.

Na segunda atividade 52% dos alunos escreveram o caso “A”, ou seja, em que o pedaço de pizza maior foi consumido na casa de Antônio, pois estava dividida em quatro partes iguais e a escrita numérica era  $\frac{1}{4}$ . Assim, esses alunos compararam corretamente as áreas de partes de três imagens de discos de pizzas, percebendo que  $\frac{1}{8}$  é menor que  $\frac{1}{6}$ , que por sua vez é menor que  $\frac{1}{4}$ .

A maioria do restante dos alunos (48%) escreveu “casa de Antônio”. Percebemos pelas respostas que os alunos não identificaram o objetivo da atividade. Algumas professoras que conseguiram implementar esta atividade comentaram no momento de reflexão das aulas que retomariam o trabalho com alguns alunos, pois não perceberam que o caso “A” era a resposta esperada (definia o pedaço de pizza de maior tamanho representado pela fração  $\frac{1}{4}$ ).

Como vimos, nesta atividade contextualizada na casa de Antônio foram consumidas duas pizzas, cada uma dividida em quantidade de pedaços diferentes. Os alunos deveriam identificar entre a pizza consumida na casa de Mariana e as duas pizzas consumidas na casa de Antônio qual era o maior pedaço. Ao que parece a atividade não ficou clara nem para as professoras durante o planejamento e nem para os alunos na etapa da implementação. Isso nos fez perceber que o resultado apresentado partiu das falas dos alunos durante a aula e a não convicção das respostas por parte de algumas professoras. Por isso, a reflexão e o replanejamento desta aula foram realizadas com o grupo a partir das falas das professoras e da análise dos protocolos dos alunos, pois em algumas turmas os casos foram pontuais e em outras um número significativo (cerca de  $\frac{1}{3}$ ).

O *terceiro resultado* da pesquisa trata da necessidade da intervenção pontual para alguns alunos, pois compreenderam após as discussões em sala de aula que o pedaço de pizza de maior tamanho estava representado pela fração  $\frac{1}{4}$ . Assim, diante da casa de Antônio, bastava mencionar a letra do caso em que o pedaço de pizza é maior.

A fala de um aluno na aula da turma que a formadora participou comprova este resultado: “Puxa, professora Grace. Nós sabíamos a resposta. Era só para escrever a letra certa. Pensamos que era para colocar se era na casa de Mariana ou de Antônio.”

## 6. Considerações finais

Este trabalho demonstrou que realmente este tema (números racionais) é de interesse das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois a sua presença no currículo e nas avaliações reflete a necessidade de um trabalho efetivo com este tema.

O curso de extensão utilizando a metodologia de Estudos de Aulas pode proporcionar parceria entre professoras (dispostas a aprofundar seus conhecimentos matemáticos), a formadora - especialista em Matemática e os alunos de 4º. ano.

Além disso, desafios surgiram como organizar o trabalho em grupo, uma vez que nem todas as professoras estavam na mesma sequência, a condução das atividades podem variar de professora para professora, mesmo planejando conjuntamente, pois na sala de aula o protagonismo é de cada uma e os alunos trazem experiências de fora do ambiente escolar e avançam em momentos distintos, ou seja, nem todos no mesmo momento, por isso o trabalho é contínuo e os professores precisam estar atentos, levando em conta os conhecimentos prévios dos alunos para formulação de situações didáticas adequadas.

As revelações mostram que é possível compreender o significado parte-todo e a representação fracionária dos números racionais quando o material didático é bem explorado permitindo que os alunos façam reflexões, participem, compartilhem e troquem ideias entre si, sempre mediados pelas ações do professor.

Com isso, a organização das aulas de Matemática na rotina semanal, envolvendo planejamento, domínio do conteúdo, gestão de sala de aula, momentos de reflexão entre outros, possibilitaram à estas professoras compartilharem o processo de formação com os professores das escolas em que atuam.

## 7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1997. 142 p.

ELLIOT, J. **Lesson studies**. Disponível em:  
<<http://www.unicamp.br/unicamp/noticias/2012/05/16/john-elliott-aborda-aspectosrelativos-%C3%A0-lesson-studies>>. Acesso em: 15 jan. 2015.

PONTE, J. P. **Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional.** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. Disponível em:

<[http://www.researchgate.net/publication/275410215\\_Os\\_estudos\\_de\\_aula\\_como\\_processo\\_colaborativo\\_e\\_reflexivo\\_de\\_desenvolvimento\\_profissional](http://www.researchgate.net/publication/275410215_Os_estudos_de_aula_como_processo_colaborativo_e_reflexivo_de_desenvolvimento_profissional)>. Acesso em: 27 nov. 2015.

PONTE, J.P. et al. **Aprendizagens profissionais dos professores de Matemática através dos estudos de aula.** Pesquisas em Formação de Professores na Educação Matemática, 5, p. 7-24, 2012.

\_\_\_\_\_. et al. **Os estudos de aula como contexto de desenvolvimento profissional.** Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2012.

SÃO PAULO. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI:** quarto ano. Secretaria da Educação do Estado. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica. SEE, 2014, v. 2, 152 p. (material do aluno).

SÃO PAULO. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI:** quarto ano. Secretaria da Educação do Estado. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica. SEE, 2014, v. 2, 152 p. (material do professor).