

## JUJUBAS: UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE POLIEDROS

*Fabiana Andrade*  
*Instituto Federal do Espírito Santo - IFES*  
*Fabiana.andrade@ifes.edu.br*

*Leide M<sup>a</sup> Leão*  
*Universidade Federal do Amazonas - UFAM*  
*lleide.lopes@hotmail.com*

*Geovane André Teles Oliveira*  
*Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO*  
*geovaneteles@yahoo.com.br*

*Valessa Leal Lessa de Sá Pinto*  
*Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO*  
*valessaleal@hotmail.com*

### **Resumo:**

Neste artigo apresentamos uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, utilizando jujubas (balas de goma) e palitos, objetivando-se ampliar a visão espacial dos discentes e favorecer a aprendizagem desse conteúdo no Ensino Médio. Ademais, apresentamos o relato de experiência de uma aula sobre o reconhecimento dos Poliedros e Relação de Euler, de acordo com essa proposta. A proposta de aula com o recurso das jujubas foi baseado nos estudos da Neuropedagogia, de acordo com a Teoria das Inteligências Múltiplas (TIM), nos níveis de aprendizagem de Geometria de Van Hiele e também na teoria de Gutierrez.

**Palavras-chave:** Poliedros; Lúdico; Material concreto.

### **1. Introdução**

A Geometria Espacial tem grande importância no currículo de Matemática no Ensino Médio. Esta importância vem sendo destacada nas questões abordadas sobre essa área da Matemática nos exames de acesso às Universidades, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Ao observar o baixo rendimento dos alunos e suas dificuldades em visualização espacial, buscamos alternativas que pudessem despertar seus interesses e otimizar a aprendizagem desse conteúdo. Já existem outros estudos que buscam superar essas dificuldades, como o Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal

## Fluminense

(LEG-UFF<sup>1</sup>), da professora Ana Maria Kaleff, que utiliza materiais manipuláveis para o ensino de Geometria Plana e Espacial.

Assim, com base nos estudos neuropedagógicos da Neurociência<sup>2</sup>, que sugerem que a informação recebida é armazenada no córtex cerebral de acordo com a emoção despertada durante a aprendizagem, utilizamos um recurso didático lúdico para as aulas de Geometria Espacial - as jujubas (também chamadas de balas de goma) - e apresentamos uma proposta de aula sobre Poliedros – Relação de Euler. Essa aula contempla os quatro primeiros níveis de Van Hiele (Fig. 1) na aprendizagem de Geometria, e segundo Kaleff (1994), um aluno não consegue alcançar um nível sem ter atingido o nível anterior.



Figura 1 – Níveis de aprendizado de Van Hiele.

Na proposta, o discente também desenvolve algumas das habilidades de visualização descritas por Gutiérrez (1996) tais como: Percepção de figura-base, constância perceptual, rotação mental, percepção de posições no espaço, percepção de relações espaciais e discriminação visual.

Utilizamos também como referencial teórico a Teoria das Inteligências Múltiplas (TIM) de Howard Gardner<sup>3</sup> (2000), que, segundo Antunes (2001), se apoia nas mais recentes descobertas da Neurociência, indicando que o ser humano pode ser compreendido de maneira integral através de sete inteligências: Linguística, Lógico-Matemática, Espacial, Criativa, Sonora, Cinestésico-corporal, Naturalista e Emocional. Utilizando o recurso proposto, o

<sup>1</sup> Disponível em: <http://leguff.weebly.com/>. Acesso em 12.ago.2015

<sup>2</sup> É um conjunto de disciplinas que permeiam os estudos do sistema nervoso e originou-se das bases cerebrais da mente humana. (Relvas, 2012, p. 27)

<sup>3</sup> Psicólogo cognitivo e educacional dos Estados Unidos da América.

discente

desenvolve a Inteligência Espacial, que se associa aos sólidos geométricos e está ligada à compreensão do espaço e de seus limites, e a Inteligência Lógico-Matemática, que compreende a capacidade para discernir padrões lógicos ou numéricos e a percepção de grandeza.

## 2. Um pouco de história do Ensino da Geometria no Brasil

Historicamente, a Geometria vem perdendo espaço nas salas de aula, o que é uma das causas da pouca atenção dada a esse conteúdo nos dias atuais. Segundo Pavanello (1993), a partir do movimento da Matemática Moderna ocorrido na década de 60, a Geometria perdeu seu lugar no ensino, pois passou a pautar-se na dedução e no formalismo, sendo frequentemente estudada na linguagem da teoria dos conjuntos. Com a Lei de Diretrizes e Bases do ensino do 1º e 2º graus (5692/ 71), foi permitido que cada professor montasse seu programa de ensino, e o curso de Desenho Geométrico foi substituído pelo de Educação Artística. Devido a esses fatores, muitos alunos do 1º grau não estudavam os conteúdos básicos em Geometria, e chegavam ao 2º grau sem os conhecimentos prévios necessários nessa área.

## 3. O que os PCN destacam no ensino de Geometria

No cenário atual, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 2006) destacam a importância das competências em Geometria, tanto na Matemática como em outras áreas de conhecimento como a Física:

Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo (BRASIL, 2006, p. 44)

Com o

objetivo de desenvolver essas habilidades geométricas de uma maneira mais eficaz, em específico as de visualização espacial, apresentamos neste artigo um recurso didático lúdico que utiliza jujubas para favorecer o aprendizado de Geometria Espacial dos alunos do Ensino Médio, baseando-se na Neuropedagogia<sup>4</sup> (RELVAS, 2012), na Teoria das Inteligências Múltiplas (TIM) (Ibidem), e também de acordo com os níveis de aprendizagem Van Hiele (KALEFF, 1994) e com a Teoria de Gutierrez (GUTIÉRREZ, 1996).

#### 4. Neuropedagogia x Teoria da Inteligências Múltiplas

Segundo Relvas (2012), na Neuropedagogia, o cérebro é entendido como um órgão social que pode ser modificado pela prática pedagógica. Ao longo do dia, as informações que recebemos são armazenadas no hipocampo, e, durante o sono, as mais importantes são transferidas para o córtex, onde ficarão armazenadas pelo resto da vida. Como a seleção de informações é inconsciente, para que a armazenagem e a aprendizagem de fato aconteçam, é necessário que o hipocampo considere o conteúdo como importante. Mas como podemos garantir que isso ocorra?

Podemos estimular nosso cérebro para que a informação seja armazenada e a aprendizagem significativa ocorra. É por isso que as aulas devem estar pautadas na preparação, expectativa, emoção e atenção, pois a memória humana é seletiva e armazena experiências atreladas às emoções. As positivas liberam substâncias naturais como serotonina e dopamina, pois estão relacionadas à satisfação, ao prazer e ao humor. Já as negativas liberam adrenalina e cortisol, substâncias que agem como bloqueadores da aprendizagem e que alteram a fisiologia do neurônio, interrompendo as transmissões das informações das sinapses nervosas.

Segundo a Neuropedagogia, é necessário que o aluno estude o conteúdo visto no mesmo dia da aula, pois com o esforço empregado pelo estudo, o hipocampo atribuirá importância às informações, construindo a Inteligência Matemática e a Inteligência Espacial,

---

<sup>4</sup> É uma teoria que reestrutura a prática docente e discente em função de novas descobertas sobre o aparelho cognitivo humano.

segundo a TIM.

Antunes, (2001) propõe atividades que reconheçam objetos diferentes, permitindo associação, comparação, padrões e relacionamentos entre eles e utilizem peças para resolver desafios que envolvam a construção de objetos, estimulem a formação do pensamento matemático e formulação de modelos.

## 5. O recurso das jujubas e palitos

Nossa proposta é utilizar jujubas e palitos nas aulas de Geometria Espacial, pois através desse material lúdico os alunos despertam a emoção e a atenção necessárias citadas pela Neuropedagogia, e desenvolvem a Inteligência Lógico-Matemática e a Inteligência Espacial. Assim, é possível efetivar a aprendizagem através dos níveis de Van Hiele, desenvolvendo as habilidades da Teoria de Gutierrez.

O uso de materiais manipulativos permite a construção do conhecimento através dos quatro níveis iniciais e possibilita que o aluno alcance o terceiro nível (percepção). Com as jujubas, os alunos desenvolvem algumas habilidades descritas por Gutierrez, principalmente a visualização espacial no aspecto constância perceptual (perceber que certas propriedades são independentes de cor, tamanho, textura e posição, compreendendo o objeto em diferentes orientações) e também a rotação mental (produzir uma imagem mental dinâmica, visualizando o objeto em movimento).

Segundo Andrade (2014), a técnica das jujubas ou balas de goma consiste na construção de esqueletos de poliedros, de modo que as jujubas representam os vértices, e os palitos, as arestas. A construção dos poliedros é de fácil execução e demanda pouco tempo, o que facilita seu uso na própria sala durante as aulas. Além disso, o material é de baixo custo, fácil acesso, e possibilita que a estrutura fique estável, o que geralmente representa um entrave em outros materiais concretos. As figuras abaixo apresentam um tutorial da construção de um tetraedro regular utilizando jujubas e palitos de dente<sup>5</sup>:

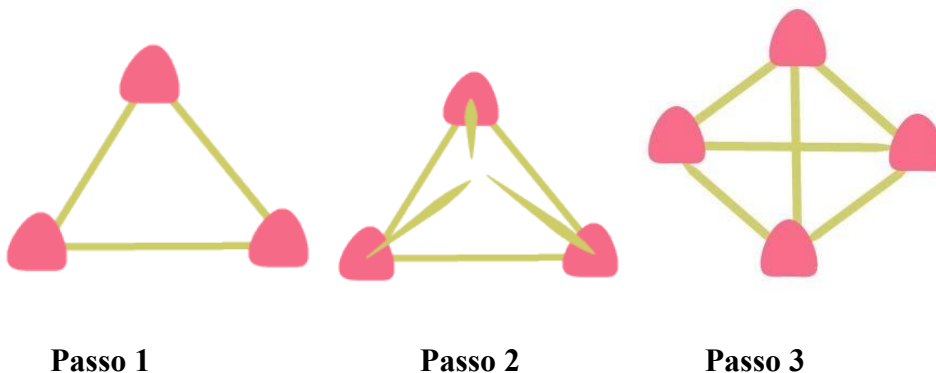
---

<sup>5</sup>Há várias formas de construir um mesmo poliedro, o que pode ser explorado junto aos alunos. Os materiais podem ser substituídos por palitos de diferentes tamanhos, hastes de pirulito e jujubas de outros formatos.

Te

*traedro Regular*

*Material: 4 jujubas e 6 palitos.*



## 6. A sequência didática da aula sobre Poliedros e Relação de Euler

*Objetivos:* Reconhecer e nomear os principais poliedros; identificar vértices, faces e arestas nos mesmos e utilizar a Relação de Euler para resolver problemas.

*Pré-requisitos:* Ponto, reta e plano no espaço. Posições relativas entre retas, perpendicularidade e paralelismo.

*Duração:* Duas horas-aula (aproximadamente 1h40min)

*Materiais:* Quadro, marcador, jujubas, palitos e folha de papel.

Para essa aula, os alunos podem trabalhar individualmente ou em grupos de até quatro integrantes, e com o objetivo de tornar a aula mais divertida e atraente, sugerimos que os alunos possam comer as jujubas ao final da atividade. Para tanto, o professor deve solicitar que os alunos estejam com as mãos lavadas e trabalhem sobre uma folha de papel, a fim de que as jujubas não entrem em contato com a mesa.

O professor deve iniciar a aula conceituando poliedro e poliedro regular e entregando uma tabela para ser preenchida pelo aluno conforme a construção dos poliedros. Em seguida, deve-se explicar aos alunos que os elementos de um poliedro são os vértices, que

serão representados pelas jujubas, as arestas, representadas pelos palitos, e as faces, que serão os apoios do poliedro (os vazios).

Atividade 1. Como primeira atividade, sugerimos construir um tetraedro regular. Durante a construção do triângulo da base, o professor pode revisar a classificação quanto aos lados de um triângulo (equilátero, isósceles ou escaleno) e conduzir os alunos a concluir que, por se tratar de um poliedro regular (os palitos possuem mesmo tamanho), trata-se de um triângulo equilátero. Observando a construção finalizada, os alunos devem preencher a tabela, segundo suas observações. O professor deve estimular os alunos a manipularem o tetraedro, girando-o e percebendo o formato das faces, e quantidade de vértices, arestas e faces para posterior preenchimento da tabela.

Atividade 2. A atividade seguinte consiste na construção de um hexaedro regular. É importante que o professor explore o passo a passo da construção, para revisar conteúdos já vistos pelos alunos. Ao construir o quadrado da base, é possível lembrar as propriedades do quadrado; ao espetar as jujubas no sentido vertical, é interessante falar sobre perpendicularidade; ao término da construção, os alunos podem tirar conclusões sobre paralelismo das faces opostas. Novamente, os alunos devem preencher a tabela, segundo suas observações.

Após a realização das atividades 1 e 2, sugerimos que outros poliedros sejam construídos, como prismas e pirâmides com bases no formato de diferentes polígonos, e o professor deve comentar os detalhes de cada poliedro para que juntos preencham a tabela. É importante ressaltar aos alunos a possibilidade de se construir poliedros não regulares utilizando palitos de diferentes tamanhos.

Com a tabela preenchida, o professor deve estimular a percepção dos alunos de algum padrão na quantidade de faces, vértices e arestas. Espera-se que algum aluno observe que a soma dos vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas. O professor pode acrescentar uma linha à tabela e preencher apenas vértices e faces para que os alunos completem com a quantidade de arestas sem construir o poliedro.

*Sugest*

*ção de tabela*

<b>Poliedro</b>	<b>Vértices</b>	<b>Faces</b>	<b>Arestas</b>
Tetraedro Regular	4	4	6
Hexaedro Regular	8	6	12
Pirâmide de base pentagonal	6	6	10
Prisma de base triangular	6	5	9
Icosaedro Regular	12	2	?

Utilizando as letras V, F e A para vértices, faces e arestas respectivamente, o professor deve escrever no quadro a fórmula que os alunos deduziram. Deve-se ressaltar a importância da ferramenta para encontrar a quantidade de alguns dos elementos (V, F ou A) quando os poliedros são mais complexos e não temos o modelo concreto em mãos. Após a dedução da fórmula, o professor pode solicitar aos alunos que construam poliedros de sua preferência e observem que a relação continua válida no caso de poliedros convexos.

#### **4. Relato de Experiência:**

No dia dezoito de abril de 2013, tive a oportunidade de ministrar uma aula sobre introdução ao estudo de Poliedros com as jujubas em uma escola estadual do Rio de Janeiro. A turma era composta por 25 alunos do 1º ano do Programa Ensino Médio Inovador- ProEMI, do Ministério da Educação, cujo objetivo é ampliar o tempo de permanência na escola e diversificar a prática pedagógica para reduzir o abandono escolar e preparar os alunos para o ENEM.

A turma estudava as disciplinas obrigatórias do currículo escolar pela manhã e as disciplinas extras à tarde. Uma das aulas de Matemática elaborada foi de introdução à Geometria Espacial – Poliedros e Relação de Euler, com o objetivo de familiarizar os alunos



com o conteúdo do 2º ano do Ensino Médio e exercitar as habilidades de visualização espacial propostos por Gutiérrez. A aula contempla a TIM, pois os alunos desenvolvem a Inteligência Lógico Matemática e a Espacial. Na semana anterior à aula, foi pedido que os discentes trouxessem jujubas, palitos de dente e o caderno para os registros. Quem tivesse câmera fotográfica também poderia trazer, e logo os alunos começaram a fazer perguntas sobre o que aprenderiam. Com isso, gerou-se uma expectativa positiva. Alguns meninos falaram: “Ah, jujuba é coisa de criancinha, vai ser uma aula pra criancinha.” E apenas respondi que aguardassem a data para que tirassem suas próprias conclusões.

No dia da aula, mais da metade dos alunos trouxe o material e alguns trouxeram câmeras e celulares para fotografar. Inicialmente foi pedido que colocassem uma folha sobre a mesa para que as jujubas não ficassem sujas e pudessem ser comidas depois. Muitos se anteciparam e já foram comendo algumas. Construí um tetraedro (Fig. 2), utilizando os palitos e jujubas, e aproveitei para retomar alguns conceitos de Geometria Plana, como as principais figuras. Após dar as definições de poliedro, vértices, faces e arestas, foi pedido aos alunos que observassem o formato das faces e contassem a quantidade de vértices, faces e arestas, registrando em uma tabela no caderno. Em seguida, cada aluno construiu seu próprio tetraedro sem dificuldades.

Após o tetraedro, construímos algumas pirâmides de diferentes bases e registramos os dados na tabela. Os alunos fizeram comparações de onde podiam encontrar pirâmides no dia a dia, como a pirâmide do Egito. Também construímos o octaedro unindo duas pirâmides de base quadrada e os alunos compararam ao balão de São João. Em um segundo momento, construímos um cubo e uma série de prismas de diferentes formatos, e os alunos foram tirando fotos e registrando os dados no caderno. Falei sobre perpendicularidade, paralelismo das faces, e pedi que os alunos diferenciasssem as duas famílias de poliedros. A resposta dos alunos foi que os prismas têm duas bases, e as pirâmides apenas uma, e foi explorada essa diferenciação, sempre com exemplos do dia a dia, como caixas de sapato, embalagem do chocolate *toblerone*, dentre outros.

Alguns alunos mais motivados construíram outros poliedros com os palitos e tiraram *selfies* com suas construções para postar nas redes sociais (Fig. 2). Tive um pouco de dificuldade no final para retomarmos o foco e analisarmos as anotações, pois a essa altura eles só queriam tirar fotos e comer as jujubas. Porém, conseguimos deduzir que o número de

arestas era

sempre duas unidades menor que a soma das faces e vértices, e exibiu a relação de Euler, que eles mesmos haviam “descoberto”. Mencionei que a relação possibilitava saber mais sobre poliedros mais complexos, como o icosaedro, que foi exibido no *software* Poli. Um grupo de alunos saiu da aula dizendo que foi “a melhor aula de matemática” que eles assistiram e a “mais gostosa!”. Seguindo os conceitos da Neurociência, os quais os alunos devem praticar o conteúdo no mesmo dia em que assistiram à aula, alguns exercícios de planificação de poliedros e Relação de Euler ficaram como tarefa e foram pedidos mais exemplos desses poliedros no dia a dia. Metade dos alunos fez a tarefa e trouxe vários exemplos diferentes.

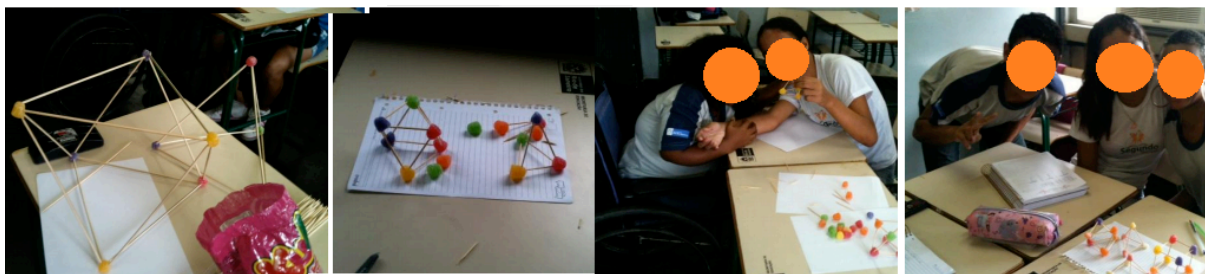


Figura 2 - Aula de Poliedros e Relação de Euler

## 7. Resultados e Discussões

De acordo com o relato da experiência, observamos que o material lúdico motiva e desperta a atenção dos discentes. Ao realizar as atividades, os alunos obtiveram bons resultados em exercícios que envolviam planificações e relação de Euler. Assim, a aula com jujubas apresenta-se como uma alternativa interessante a uma aula tradicional, expositiva, com desenhos estáticos de poliedros no quadro. A sequência didática apresentada favoreceu a aprendizagem através dos níveis de Van Hiele, iniciando-se com a visualização através da manipulação do material, permitindo aos alunos “enxergar” os poliedros, e não apenas memorizar as diferentes figuras e nomes. Em seguida, os alunos conseguiram reconhecer diferenças e similaridades nos poliedros, contemplando o segundo nível. Por fim, ordenaram propriedades, o que corresponde ao terceiro nível (percepção). Além disso, desenvolveram a constância perceptual e rotação mental, além de manterem-se motivados durante a aula, facilitando a liberação de serotonina e dopamina, que favorecem a aprendizagem.

É possível

resgatar a importância da Geometria e despertar o interesse dos discentes. Para isso o professor pode utilizar as jujubas como recurso de uma aula motivadora, onde o aluno se torna construtor de seu conhecimento, elevando sua autoestima e contribuindo para uma aprendizagem significativa, armazenando os conteúdos no córtex cerebral.

Devemos destacar que o objetivo deste estudo não é que o aluno tenha uma dependência do material manipulativo, e sim um contato inicial a fim de melhorar sua visualização espacial. Assim, serão criadas imagens mentais dos poliedros, e o aluno aprofundará seus conhecimentos sem o material, desenvolvendo a abstração.

Em relação ao uso das jujubas, Andrade (2014) destaca:

Naturalmente, não é suficiente que o professor apresente uma aula motivadora com jujubas a seu aluno para que ele aprenda. Existem outros processos e estratégias de ensino que, em conjunto, favorecem a aprendizagem, como a apresentação dos conteúdos, os conhecimentos prévios do aluno, a participação da vivência nas atividades e a oportunidade de rever os conceitos ensinados. (ANDRADE, 2014 p. 59).

Assim, esperamos motivar professores a utilizarem as jujubas em suas aulas, e os alunos a aventurarem-se pelo mundo da Matemática, recuperando o interesse pelas aulas de Geometria Espacial.

## 8. Considerações Finais

Algumas recomendações importantes diante do exposto neste trabalho são: os professores de Matemática devem buscar alternativas que diferenciem suas práticas pedagógicas em sala de aula para buscar o máximo de compreensão dos alunos pelo conteúdo transmitido.

A escola, ou até mesmo o apoio pedagógico devem incentivar os docentes a uma formação continuada junto à Secretaria de Educação do Município ou do Estado, com o objetivo de atualizar ou qualificar os docentes, sejam de Matemática ou de outras disciplinas. É possível promover ações que instiguem os discentes e docentes na busca de metodologias diferenciadas para que todos tenham sucesso no processo de ensino-aprendizagem.

## 9. Referências

ANDRADE, F. C. **Jujubas e palitos de dente: um método lúdico para ensinar Geometria Espacial**. Monografia. 43 p. Duque de Caxias, RJ. Unigranrio, 2010.

ANTUNES, C. **Como desenvolver conteúdos explorando as inteligências múltiplas**. Fascículo 3. Petrópolis, RJ: Vozes, 9ª edição, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

GUTIÉRREZ, A. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso em: 04. Nov. 2013.

KALEFF., A. M. M. R. ; REI, D. M. ; HENRIQUES, A. S. ; FIGUEIREDO, L. G. . **Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de Van Hiele**. In: Bolema (Rio Claro), Rio Claro-SP, v. 10, p. 21-30, 1994.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Conseqüências**. In: Zetetiké, n.1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

RELVAS, M. P. **Neurociência na prática pedagógica**. 1. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2012.