

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA – ANÁLISE DE REGISTROS

Viviane Roncaglio
UNIJUÍ – GEEM
roncaglioviviane@gmail.com

Cátia Maria Nehring
UNIJUÍ – DCEEng – GEEM
catia@unijui.edu.br

Resumo:

Este artigo apresenta resultados da pesquisa desenvolvida no Mestrado da primeira autora, com orientação da segunda, que teve por objetivo analisar registros produzidos por estudantes de Engenharia em atividades de tratamento e conversão, considerando o conceito de vetor trabalhado na disciplina de Geometria Analítica e Vetores a partir da Teoria dos RRS¹. A pesquisa foi realizada com uma turma sendo analisadas questões da primeira e última avaliação, a transcrição de questões propostas em monitoria e avaliações, o caderno de um estudante e listas de exercícios. Concluímos que os estudantes apresentam dificuldades em realizar conversões quando um dos registros envolvidos é o registro figural, falta de entendimento em relação aos elementos de formação do vetor, falta de compreensão em relação ao sentido da operação e dificuldade em aplicar o conceito de vetor em situações que exigem a mobilização das propriedades operatórias.

Palavras-chave: Conceito de vetor; Ensino em Engenharia; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Argumento de Estudantes.

1. Introdução

Os currículos dos cursos de Engenharia apresentam disciplinas Matemáticas que exploram conceitos fundamentais necessários à formação do engenheiro. Um desses conceitos, trabalhado em praticamente todos os cursos de Engenharia, é o de vetor, estudado nos primeiros semestres do curso. Geralmente, este conceito é explorado nas disciplinas de GAV ou de Álgebra Linear. Em nossa pesquisa, (RONCAGLIO, 2015), o conceito de vetor foi trabalhado na disciplina de GAV, na qual foram considerados elementos fundamentais mediante a utilização da estrutura vetorial no tratamento de conceitos como, segmento de reta orientada, distâncias, ângulos, áreas, volume, equação da reta e equação do plano.

¹ Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009).

O conceito de vetor relaciona-se ao de grandeza quando esta considera a ideia de módulo, sentido e direção. Por essa razão, apresenta-se como fundamental para os engenheiros, por exemplo, na Engenharia Civil, que entendam grandezas como força, torque e velocidade, ou seja, são grandezas vetoriais presentes no cotidiano da futura profissão. Ademais, cálculos envolvendo vetores são utilizados em situações como dimensionamento de vigas e treliças, elevadores, guindastes, carregamentos, reações de apoio, nas quais existem forças envolvidas. Na Engenharia Elétrica, o vetor é utilizado para determinar a existência de campo elétrico. Ao mover uma carga elétrica em um campo elétrico ela fica sujeita a diversas e diferentes intensidades de força elétrica. Já na Engenharia Mecânica, os conceitos básicos utilizados são espaço, tempo, massa e força que, sendo força uma grandeza vetorial, necessita, consequentemente, do conceito de vetor.

A maioria dos Estudantes desconhecem a importância de tal conceito para a sua formação, ou a sua aplicação em diferentes situações da sua profissão, e apresentam dificuldades em sua utilização, perspectiva reforçada na pesquisa de Castro (2001), Karrer (2006) e França (2007). Disciplinas de GAV e Álgebra Linear são apontadas como aquelas que contribuem para o alto índice de reprovação e desistência dos estudantes ao longo do curso de Engenharia. Estudos apontam a dificuldade que os estudantes possuem em relação a essas disciplinas, mais especificamente em relação ao conceito de vetor. Uma dessas pesquisas é a de Castro (2001). A autora, a partir de suas análises, afirma que dentre as dificuldades encontradas pelos estudantes, a maior delas consiste justamente na atividade de conversão em que um dos registros envolvidos é o registro figural. Essa dificuldade é ainda maior quando tal registro é o de chegada. Esta dificuldade pode ser compreendida a partir dos elementos teóricos dos Registros de Representação Semiótica no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos.

A Teoria dos RRS², desenvolvida por Duval (2003), tem sido utilizada, principalmente, em pesquisas que visam à aquisição de conhecimentos matemáticos e à organização de situações de aprendizagem. O autor defende a ideia de que para o aluno aprender Matemática é preciso que ele tenha acesso a ela, e que saiba coordenar as diferentes representações provenientes de distintos registros. As Representações Semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os

² A partir de agora utilizaremos para designar Registro de Representação Semiótica somente RRS.

quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, 1993 apud Damm, 2012, p. 176). A comunicação em Matemática ocorre por meio de representações semióticas. Desse modo, é imprescindível que ao aprendê-la, os estudantes não confundam os objetos e suas respectivas representações, pois uma coisa é o objeto matemático, e outra é a sua representação. Por exemplo, os números, as funções, as retas etc, são os objetos matemáticos, sendo suas representações, as escritas decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, as tabelas (DUVAL, 2009, p. 14). As representações semióticas são fundamentais para que os sujeitos elaborem a construção do seu conhecimento, uma vez que elas possibilitam o desenvolvimento de funções cognitivas essenciais ao pensamento humano.

A Teoria dos RRS considera a mobilização de uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Neste sentido, Duval (2003, p. 14) enfatiza que “[...] a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”. A compreensão da grande variedade de registros de representação utilizados em Matemática determina o seu ensino e sua aprendizagem.

De acordo com Duval (2009), a aprendizagem de conceitos matemáticos constitui um campo de estudo privilegiado para análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas, e mesmo a compreensão de textos. Essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural ou das imagens, ou seja: sistemas variados de escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógicas que adquirem o *status* de linguagem, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc. Para analisar a atividade Matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003) afirma ser necessária uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações, consideradas fundamentais para esta análise: os tratamentos e as conversões de registros de representações semióticas. Por meio deles é possível analisar as atividades Matemáticas desenvolvidas pelos alunos em uma situação de ensino. Duval (2003, p. 16) define os tratamentos como sendo:

[...] transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de

r
representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. [...] As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados; por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica.

A compreensão em Matemática, portanto, implica na capacidade do sujeito mudar de RRS. A dificuldade se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. Ou seja, “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2003, p. 22). Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto.

Procedimentos Metodológicos

A centralidade nesta escrita foram os argumentos explicitados por estudantes de Engenharia, a partir de situações de ensino, ao conceito de vetor e suas operações, trabalhadas na disciplina GAV. Buscou-se aprofundar o estudo em relação ao processo de aprendizagem do conceito de vetor, objetivando analisar os registros produzidos por estudantes de Engenharia em atividades de tratamento e conversão. Considerou-se, para tanto, o conceito de vetor e suas operações e a Teoria dos RRS de Duval (2003, 2009), na perspectiva da apreensão conceitual. A problemática da pesquisa foi delimitada a partir das seguintes questões: Considerando a análise de atividades de tratamento e conversão realizadas por estudantes de Engenharia, na disciplina de Geometria Analítica e Vetores, a partir da intervenção de uma professora, o que é possível identificarmos em termos de apreensão conceitual na argumentação dos estudantes em procedimentos utilizados no desenvolvimento de questões envolvendo o conceito de vetor? A partir destes argumentos é possível identificarmos lacunas ou sustentação para a apreensão do conceito?

Os procedimentos metodológicos utilizados são caracterizados como qualitativos e configuram-se como um estudo de caso, a partir da análise de registros de representação produzidos por um grupo de acadêmicos de cursos de Engenharia. O ambiente natural desta pesquisa são aulas da disciplina de GAV, ministradas por uma professora de Matemática, em uma turma envolvendo os cursos de Engenharia Elétrica, Civil e Mecânica. Os instrumentos analisados neste trabalho são: questões da primeira e última avaliação, a transcrição de questões propostas em monitoria, bem como, o caderno de um estudante e seis listas de exercícios.

Esta pesquisa traz elementos de uma sala de aula, sem a interferência da pesquisadora, ou seja, a aula não foi preparada para a pesquisa, ela foi pesquisada, considerando os registros produzidos pelos estudantes a partir do encaminhamento da professora responsável pela disciplina. O único elemento diferente foi a aplicação do pré e do pós-teste, mas que poderia ser considerado como um momento de avaliação diagnóstica da professora, e os encontros de monitoria, os quais são proporcionados pela instituição a partir da demanda do professor da turma.

Inicialmente o grupo era constituído por 65 estudantes, dos quais 19 realizaram o trancamento total da disciplina e 12 não compareceram a todas as aulas, restando 34 estudantes ao final do semestre. Este grupo de estudantes matriculados constituíram os sujeitos da pesquisa e, a partir da participação do pré-teste foram nomeados por E1, E2, E3, E4 até E46. Importante esclarecer que ao utilizar o E1, este indicará sempre o mesmo estudante, nos diferentes instrumentos de análise. A partir dos instrumentos e do referencial teórico, delimitamos os focos de análise: a conversão entre os registros envolvendo o registro figural; a geração do vetor; as operações com vetores; situações de aplicação de vetor.

2. O Conceito de Vetor e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica

O estudo de vetores e suas operações é essencial para os cursos das Ciências Exatas, em especial para os de Engenharia, tem se mostrado um tema em que os estudantes de Engenharia apresentam muita dificuldade de compreensão, refletindo no desenvolvimento das operações que envolvem o vetor. Castro (2001, p. 12), apoiada em Duval (1995), destaca que, em Matemática,

[...] as representações semióticas não são indispensáveis apenas para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da própria atividade matemática. De fato, a possibilidade de realizar tratamentos nos objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado. Os tratamentos matemáticos não podem ser efetuados independentemente de um sistema semiótico de representação. [...] A utilização de representações semióticas parece primordial para a atividade matemática e parece ser intrínseca a ela.

Dada a natureza não real dos objetos matemáticos, os RRS possibilitam o acesso a esses objetos. Duval (2003) aponta para três tipos de registros de representação semiótica: o registro figural, o simbólico e o da língua natural, cujas representações apresentam dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado). Com base em Castro (2001) e

Duval (2003), apresentam-se os registros de representação utilizados nesta pesquisa. A representação do vetor pode ser realizada de diferentes maneiras, isto é, no plano e no espaço, mas sempre por meio dos registros de representação semiótica.

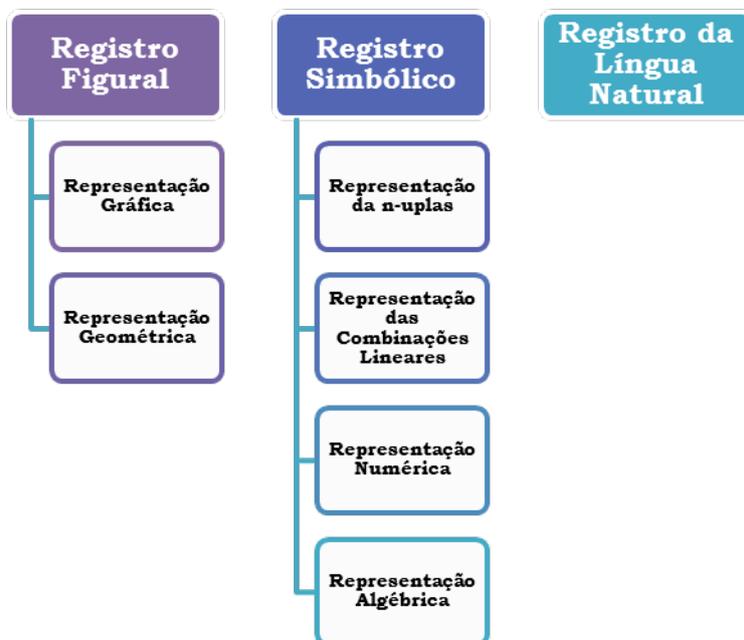


Gráfico 1 - Tipos de registros de representação do vetor.
Fonte: RONCAGLIO, 2015, p. 64.

O Registro de Representação Figural considera as representações gráficas cartesianas (ou no plano cartesiano) e a sua representação geométrica. O Registro de Representação Simbólica possui as seguintes representações: a Representação da n-uplas – expressa em forma de par ordenado e ternas; a Representação das Combinações Lineares – expressa a partir da adição entre os vetores unitários da base canônica; a Representação Algébrica – expressa em forma de expressão e/ou equação algébrica, ou ainda, em forma de identificação de um vetor, como por exemplo, \overrightarrow{AB} , \vec{x} , \vec{u} , \vec{v} ; e a Representação Numérica – expressa em forma de valores numéricos. O Registro da Língua Natural é utilizado para descrever situações matemáticas na forma de definição, argumentação, associações verbais ou enunciados. Este tipo de registro é encontrado em livros, tanto nas definições, na descrição da resolução de questões, em teoremas, propriedades de conceitos, como nos enunciados de questões – situações problema.

3. Discussão dos Dados

Com o intuito de responder a nossa problemática de pesquisa a partir dos instrumentos de dados e do referencial teórico, delimitamos os focos de análise: a conversão entre os registros envolvendo o registro figural; a geração do vetor; as operações com vetores e situações de aplicação de vetor.

A conversão entre os registros envolvendo o registro figural

A partir das análises realizadas nas listas de exercícios propostos, identificou-se que: os exercícios propostos não privilegiam o registro figural, dos 109 exercícios propostos nas listas apenas sete deles envolvem atividade de conversão com o registro figural, número não significativo comparado a quantidade de exercícios que envolveram a conversão entre o registro da língua natural e o simbólico – 102 exercícios. Já considerando a análise em relação aos registros produzidos pelos estudantes pode-se apontar que: os estudantes não conseguiram realizar de forma satisfatória a conversão do registro simbólico para o gráfico. Essa dificuldade apresentada pelos estudantes pode ter relação com o trabalho desenvolvido em sala de aula, no qual a ênfase privilegiava os registros da língua natural e o simbólico. De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a compreensão apenas ocorre quando o estudante for capaz de mudar de registro. Os exercícios propostos nas listas exigiam do estudante, na maioria das vezes, a conversão entre os registros da língua natural e o simbólico, sendo que o registro figural foi exigido em apenas sete dos cento e nove propostos. Contudo, se o estudante possui dificuldade em realizar a conversão envolvendo o registro figural, isso significa que o mesmo não se apropriou do conceito. Deste modo,

[...] as representações semióticas – ou, mais exatamente, a diversidade dos registros de representação – têm um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros. Ora, uma tal coordenação não se opera espontaneamente e não é consequência de nenhuma “conceitualização” a-semiótica. A maioria dos alunos, ao longo de seu currículo, permanece aquém dessa compreensão. Daí as dificuldades recorrentes e as limitações bastante “estreitas” em suas capacidades de aprendizagem matemática. Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monorregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de “significado” e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens (DUVAL, 2003, p.29).

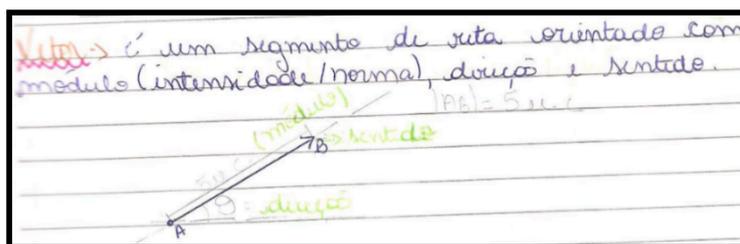
A teoria de Duval (2003) tem como pressuposto que uma aprendizagem significativa ocorre quando o estudante adquire a capacidade de mudar de registro e, além disso, consegue diferenciar um objeto de sua representação. Na conversão, é normal que o estudante encontre

dificuldade, pois é nesse momento que ele precisa decidir entre as representações, e escolher a que melhor se adapta a situação – em termos de tratamento – e, então, fazer a transformação para o registro requerido no enunciado da questão.

Geração do vetor

As análises realizadas a partir do caderno do estudante, E37, indicaram que: a anotação feita pelo estudante do conceito de vetor é resumida. Não foi possível identificar uma anotação que apresente o vetor como uma grandeza, conseqüentemente não fez a distinção entre as grandezas escalares e vetoriais. A anotação do estudante não traz a noção de reta orientada, de segmento orientado, tampouco a ideia de equipolência é considerada. Essas relações são estruturantes para a compreensão conceitual do estudante.

Figura 1 - Imagem do conceito de vetor registrado pelo E37.



Fonte: RONCAGLIO, 2015, p. 101.

A definição das características do vetor – módulo, sentido e direção não são registradas no caderno, de forma a explicitar seus significados. As análises em relação aos argumentos dos estudantes em procedimentos realizados nos exercícios propostos em avaliações e em monitoria apontaram: a falta de sentido atribuído às características elementares de formação de um vetor. Os estudantes usam as palavras dos três elementos de formação de vetor: sentido, direção e módulo, entretanto, apresentam dificuldades em relação ao significado de cada um dos elementos, principalmente no sentido e na direção de um vetor, como podemos observar nos Quadros 1 e 2 a seguir.

Quadro 1 - Argumentos do E37 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Pesquisadora: E que é o sentido de um vetor?

E37: Horizontal e vertical.

Pesquisadora: Não. Vamos olhar para o vetor que está representado aqui (aponta para a representação na questão da prova). Qual é o sentido deste vetor?

E37: Aluno pensando.

Pesquisadora: Se eu sair daqui da Universidade e for para o centro, onde está a “origem” e a “extremidade” nesta situação?

E37: A origem aqui na universidade e a extremidade o centro onde você quer ir.

Pesquisadora: Isso, muito bom. Então qual é o sentido?

E37: Da origem para a extremidade? Daí ficaria da universidade para o centro, é isso?

Pesquisadora: Isso, da origem para a extremidade.

Fonte: RONCAGLIO, 2015, p.111.

Quadro 2 - Argumentos do E3 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Pesquisadora: O que significa cada uma dessas características? O módulo?

E3: Estudante pensando...

Pesquisadora: O que é o módulo de um vetor?

E3: Não é um ponto né?

Pesquisadora: Não, vamos olhar para esse vetor que está representado aqui (apontando para o vetor AB representado na questão), qual é o módulo dele?

E3: Estudante pensando...

Pesquisadora: O vetor possui três características de formação, módulo, sentido e direção. Como você mesmo respondeu antes, mas o que são esses elementos? Vamos analisar este aqui (apontando novamente para o vetor AB representado na questão). O que ele possui? A origem aqui no ponto A. A extremidade aqui no ponto B...

E3: Tá! Acho que sei. É o tamanho, é isso né?

Pesquisadora: Isso, é o tamanho, o módulo de um vetor é o tamanho dele. E o sentido?

E3: Deve ser o ponto B, aqui da flecha, é isso?

Pesquisadora: Não, sentido não é isso, mas possui relação com a flecha, sim, o sentido de um vetor é dado pelo sentido da flecha, e é indicado da origem para a extremidade.

E3: Eu me lembro disso, acho que fiz isso em algum exercício das listas.

Pesquisadora: E direção de um vetor, o que é?

E3: Não sei, eu sei que o vetor tem três características, mas não sei o que é a direção.

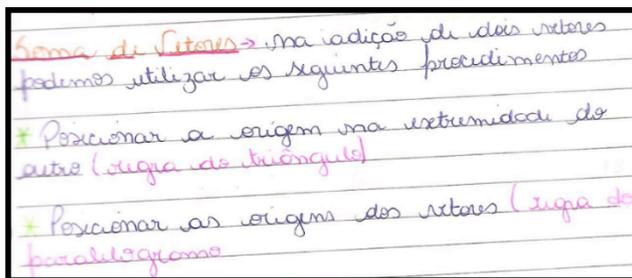
Fonte: RONCAGLIO, 2015, p. 113-114.

O estudante não conseguiu definir, de forma correta, por exemplo, o que é a direção de um vetor. As dificuldades apresentadas pelos estudantes podem ter relação com o conceito de vetor como um segmento de reta orientado com módulo, sentido e direção. Não apresenta, contudo, a definição desses elementos de formação, apenas os trazem indicados em uma representação geométrica do vetor.

Operações com vetores

As análises referentes a este foco, o qual marca as dificuldades dos estudantes de Engenharia em relação ao desenvolvimento de operações com vetores, de adição, multiplicação de um escalar por vetor, produto escalar, produto vetorial e produto misto, apontaram que: não houve utilização do registro figural na representação geométrica na adição de vetores, conforme observamos na Figura 2 a seguir.

Figura 2 - Imagem da definição da operação da adição de vetores registrada pelo E37.



Fonte: RONCAGLIO, 2015, p. 103.

As definições anotadas pelo estudante E37 são breves e não exploram o RRS figural, podendo desencadear dificuldade conceitual, pois não apresentam uma definição para a operação e não trazem a representação geométrica, fundamental para a sua compreensão. Considerando as análises realizadas nos procedimentos e argumentos dos estudantes, identificamos que: os estudantes não conseguiram identificar a operação de produto misto durante a argumentação, o que marca a falta de significado que esta operação representa ao estudante, tanto do produto misto quanto do produto vetorial. O Quadro 3 a seguir apresenta os argumentos em relação ao exercício 2 proposto em monitoria aos estudantes E3 e E12.

Quadro 3 - Argumentos do E3 e E12 em relação ao exercício 2 proposto em monitoria.

<p>Pesquisadora: Ok. Letra c, se o produto vetorial de u por v for o vetor nulo, então um dos vetores é nulo, ou os vetores são colineares, verdadeiro ou falso?</p> <p>E3: Verdadeiro.</p> <p>E12: Eu acho que é falso.</p> <p>Pesquisadora: Por que E3? O que você acha que é verdadeiro?</p> <p>E3: Estudante pensando...</p> <p>Pesquisadora: E você E12. Porque você acha que é falso?</p> <p>E12: Estudante pensando...</p> <p>Pesquisadora: O que é produto vetorial gente? (Estudante pensando) O que o produto vetorial gera? (Estudantes pensando) O que significa esse resultado? (Estudante pensando) Gera um número ou um vetor?</p> <p>E3: Como é mesmo o produto vetorial, é aquele que tem o i, j, k?</p> <p>E12: Que faz o determinante?</p> <p>Pesquisadora: Sim é aquele que utiliza o i, j e o k. O que ele gera?</p> <p>E3: É um vetor ne?</p> <p>E12: Acho que não, não é um número?</p> <p>E3: Agora não sei mais, porque tem um que calcula o determinante e que da um número.</p> <p>Pesquisadora: Gente o produto vetorial é desse formato aqui. (pesquisadora escreve no quadro e coloca a forma geral do produto vetorial). O que ele gera?</p> <p>E3: Um vetor. Eu disse que gerava um vetor.</p> <p>Pesquisadora: Gera um vetor. E o que esse vetor significa? (Estudantes pensando) Porque eu uso produto vetorial? Para calcular o que?</p> <p>E12: Módulo.</p> <p>E3: Não.</p>
--

Pesquisadora: Para que então?

E3 e E12: (Pensando).

Pesquisadora: Para que eu calcule o produto vetorial?

E3: Para achar um vetor.

Pesquisadora: Sim eu vou encontrar um vetor. E qual a relação deste vetor com os vetores dados? O que vocês utilizariam para calcular? (Estudantes pensando) Quando eu uso produto vetorial?

E3 e E12: (Pensando).

Pesquisadora: O produto vetorial é utilizado para o cálculo da área de um paralelogramo, e para o que mais? (Estudantes pensando) Para encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a u e v . O que isso significa então? Se eu pegar esse vetor resultante e fizer o produto interno com u ou v , esse produto da quanto?

E12: Zero.

Pesquisadora: Isso. Precisa dar zero. Então, voltando à letra c , esta é verdadeira ou falsa?

E3: Verdadeira.

Fonte: RONCAGLIO, 2015, p. 116.

Na argumentação indicada no quadro 3 acima, os estudantes tiveram dificuldades em compreender o resultado do produto vetorial. A pesquisadora acabou, em muitos momentos, respondendo ao próprio questionamento realizado, pois os estudantes não apresentavam reação diante das questões levantadas. As dificuldades apresentadas pelos estudantes indicam que há falta de apreensão dos conceitos, assim como há falta de sentido nas argumentações realizadas. Isso pode estar diretamente relacionado com a forma como os conceitos e definições foram trabalhados em sala de aula e a não utilização de argumentos pelos estudantes no processo de ensino e aprendizagem.

Situações de aplicação de vetor

Este foco de análise se apresentou como uma fragilidade no processo de ensino e aprendizagem, nos exercícios propostos, tanto nas listas de exercícios como nas avaliações. Não foi possível identificar a proposição de aplicação do conceito de vetor em situações da Engenharia nos diferentes exercícios trabalhados em aula e nas provas. Os exercícios e problemas propostos são basicamente em situações de matemática, não mudando o contexto, o que pode gerar a falta de sentido para o estudo de vetor, a profissional da engenharia.

4. Considerações Finais

Para que o estudante compreenda o conceito, ele precisa diferenciar as grandezas escalares e vetoriais, de modo que os elementos que estruturam o vetor sejam trabalhados a partir do que efetivamente os estudantes já conhecem. Os dados da pesquisa indicam que, afirmar para o estudante o que é módulo, sentido e direção, não garante mobilizar este entendimento. De modo geral, pode-se afirmar que, apesar da importância do entendimento do conceito de vetor, assim como de suas operações pelos estudantes de Engenharia, grande

parte dos estudantes que cursaram a disciplina não consegue significar os elementos de formação do vetor. Além disso, considerando os exercícios propostos nos instrumentos analisados, poucos deles exploraram o registro figural, revelando um enorme nível de dificuldade. Como analisado nas argumentações, ao se depararem com o registro figural, alguns abandonam o desenvolvimento do exercício. Considerando os resultados obtidos por meio desta pesquisa, acredita-se que o presente estudo possa abrir caminho para outras propostas, como, por exemplo, para o desenvolvimento de uma sequência de ensino que explore de forma mais efetiva o registro figural, utilizando, talvez, um software gráfico, como o Geogebra, bem como, priorizar situações de aplicação na Engenharia. Para as aplicações o trabalho com metodologias ativas, problematização, modelagem, situações baseada em problemas, poderia ser uma estratégia de ensino.

5. Referências

CASTRO, Samira Choukri de. **Os Vetores do Plano e do Espaço e os Registros de Representação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2001.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: Uma (nova) Introdução**. 3. ed. – São Paulo: EDUC, 2012.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registro Semiótico e Aprendizagens Intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas – São Paulo: Papirus, 2003.

FRANÇA, Michele Viana Debus de. **Conceitos Fundamentais de Álgebra Linear: Uma Abordagem Integrando Geometria Dinâmica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2007.

KARRER, Monica. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: Um Estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2006.

RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica – Atividades de Conversão e Tratamento em Vetores e suas Operações a partir da Argumentação de Estudantes de Engenharia**. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – 2015.