UM ESTUDO SISTEMÁTICO SOBRE AS OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Deivid Cezario Teixeira
deivid.cezario@hotmail.com

Resumo:
Este minicurso pretende oferecer um panorama da matemática do Ensino Fundamental que está atrelada às operações básicas, a fim de aprimorar os conhecimentos do educador criando propostas pedagógicas e novas metodologias de trabalho. Com base na obra da autora Liping Má: *Aprender e ensinar matemática elementar* vamos investigar a prática dos campos conceituais praticados pelos autores de livros didáticos da atualidade e formular situações-problema a fim de aprimorar o olhar do professor e, consequentemente, o aprendizado dos alunos.

Palavras-chave: operações básicas; ensino e aprendizagem; educação matemática; campo conceitual aditivo; campo conceitual multiplicativo.

1. Introdução

O ensino das operações básicas nas escolas de ensino fundamental tem sofrido grandes mudanças no decorrer dos anos. Basta pensar como eram ensinadas as adições e subtrações, na escola do século XX e os modelos modernos adotados por algumas escolas da nova geração. Mas, de fato, o que se ensina e o que se aprende ao falar de operações básicas no ensino fundamental?

Distante do método, olhando apenas o que se pretende ensinar, a discussão que se apresenta a seguir pretende de forma mais analítica, detalhar o campo conceitual da adição e da multiplicação, que, por sua vez nos orienta quanto às operações subtração e divisão, a fim de esclarecer o que se espera, ou melhor, o que é praticado pelos professores nas escolas de educação básica. Parte desta discussão é feita com base na obra da autora Liping Má, citada nas referências bibliográficas, intitulado saber e ensinar matemática elementar, dando credibilidade à prática proposta neste minicurso. Em relação aos campos conceituais a discussão assumida aqui tem origem no trabalho proposto pelo psicólogo Gèrard Vergnaud que os define como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados. Vergnaud apresenta três justificativas para se utilize o conceito de campo conceitual como forma de análise para a questão da obtenção de conhecimento. São elas:

- Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação;
- Uma situação não se analisa com um só conceito;

- A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo;

Ainda segundo Vergnaud, o campo conceitual aditivo está relacionado às situações que podem ser classificadas como problemas simples de relações entre o todo e suas partes e como problemas inversos de relação parte-todo, envolvendo tanto uma transformação, como uma composição, ou ainda podem ser classificados como problemas comparativos (Vergnaud, 1983). De maneira análoga, o campo conceitual multiplicativo é citado como problemas de proporção simples, produto de medidas e proporção múltipla.

Neste trabalho, as relações feitas com tais campos conceituais receberão outras nomenclaturas. No campo aditivo, os problemas são distinguidos e classificados como problemas de juntar, de retirar, de reunião e de comparação. Já no campo conceitual multiplicativo, recebem os nomes de grupos equivalentes, razão, comparação, disposição retangular, e produto cartesiano (ou combinatória). Tais nomenclaturas são citadas na obra da autora Liping Má e por isso, utilizadas no decorrer deste trabalho.

2. A adição

2.1. Análise de Problemas.

Leia atentamente os problemas abaixo. Comente e descreva possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos:

1. 25 + 75 =

2. Com um real comprei um chiclete de 25 centavos. Quantos centavos, recebi de troco?

3. Quantos centavos terei, se ganhar 3 moedas de 25 centavos, sendo que já tinha uma guardada?

4. Em um pé de jabuticaba, João contou 25 Jabuticabas e sua irmã contou em outro pé outras 75 Jabuticabas. Se eles colherem todas, quantas terão ao final da colheita?

2.2. Erros na Execução do algoritmo.

Veja como um aluno fez a operação abaixo:

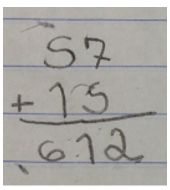


Imagem 1: Adição realizada por um aluno.

- Como você explicaria o erro dele?
- Que estratégias você usaria para mostrar o erro ao aluno e trabalhar o conceito de maneira correta?

Observe estas outras contas realizadas por alunos:

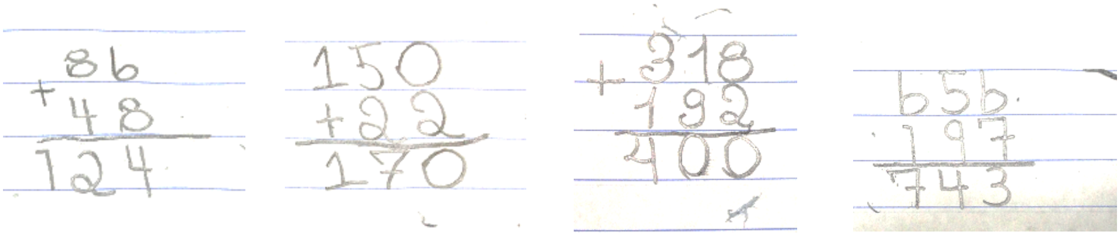


Imagem 02: Operações realizadas pelos alunos.

- Como você enxerga a visão destes alunos sobre a adição?
- Quais atividades seriam necessárias para estes alunos. Vamos discutir?

2.3. Um pouco de Teoria: Adições com "vai um" e subtrações com "empréstimo"

Leia a seguir, um trecho do livro "Aprender e ensinar matemática elementar" da autora chinesa Liping Ma, que fez um estudo comparativo entre os conhecimentos e as abordagens de professores americanos e chineses. Os trechos surgiram em uma entrevista sobre 'como ensinar subtração com empréstimo'.

Professora Srª. Fawn, professora americana que dá aulas ao primeiro ano (US): *Quando existe uma diferença como 21 – 9, eles precisam saber que não podem subtrair 9 de 1; têm por isso de pedir um 10 emprestado ao lugar das dezenas, e quando pedem emprestado esse 1 e, tendo agora 11 – 9, resolvem esse problema de subtração e baixam o 1 que sobrou. (Srª. Fawn) (MA, p.32-33).*

Agora observe a fala da professora L. que é chinesa e leciona do 3º ao 5º ano: *Eu começaria com um problema de subtração fácil, como: 43-22=? Depois de eles o resolverem, mudaria o problema para 43-27=? Como é que o problema novo difere do primeiro? O que acontecerá quando estivermos a resolver o segundo problema? Descobrirão que 7 é maior que 3 e que não teremos unidades suficientes. Então direi: ok, hoje não temos unidades suficientes. Mas às vezes temos unidades a mais. Devem lembrar-se que na semana passada, quando fizemos adição com transporte, tínhamos muitas unidades. O que fizemos nessa altura? Eles dirão que a compusemos em dezenas; O que podemos fazer quando não temos* *unidades que cheguem? Podemos decompor uma dezena de novo em unidades. Se decompusermos um 10 de 40, o que acontece? Teremos unidades suficientes. Deste modo, introduza o conceito de "decompor uma unidade de ordem superior em 10 unidades de ordem inferior". (MA, p.42)*

Agora veja o que Liping Ma nos explica sobre o termo "decompor uma unidade de ordem superior": *"Decompor uma unidade de ordem superior [tui yi]" é um termo da aritmética chinesa tradicional baseada no ábaco. Cada fio de um ábaco representa um certo valor posicional. O valor de cada conta no ábaco depende da posição do fio que está colocada. Quanto mais pra esquerda um fio estiver no ábaco, maior é o valor posicional que representa. Por isso, os valores das contas nos fios à esquerda são sempre maiores do que o das contas nos fios à direita. Ao subtrair com reagrupamento no ábaco, precisamos de "tirar" uma conta de um fio à esquerda e transformá-lo em 10 ou em potências de 10 contas nos fios à direita. A isto chama-se "decompor uma unidade de ordem superior". 86% dos professores chineses descreveram o passo de "tirar" no algoritmo como um processo de "decompor uma unidade de ordem superior". Em vez de dizerem que "pedimos uma dezena emprestada da posição das dezenas", disseram que "decompomos uma dezena". (MA, p.41)*

2.4. Reflexões sobre a leitura

O que você percebe de diferença nas estratégias descritas pelas professoras chinesa e americana?

O que as professoras focaram na hora de explicar o algoritmo?

Quais os impactos causados na formação deste aluno, quando o levamos a entender verdadeiramente o significado do "empresta" ou do "vai um"?

Como você faria para o aluno aprender o termo "decompor uma unidade de ordem superior"?

Com qual delas podemos dizer que os alunos aprenderiam melhor?

2.5. Tabela 1: Campo Conceitual Aditivo

Observe, a seguir, a tabela que fala sobre o campo conceitual da adição. Em seguida, vamos observar alguns livros didáticos para refletir sobre sua proposta.

ISSN 2178-034X

Tipos de problemas	Quantidades Indefinidas		
	Quantidade Final indefinida	Quantidade Inicial indefinida	Quantidade Acrescida indefinida
Problemas de juntar	Ex: João tem 16 balas. Ele comprou 9. Quantas balas têm agora? 16 + 9 = ?	João tinha algumas balas. Ele comprou mais 9 ficando com 25 balas. Quantas balas ele tinha no inicio? ? + 9 = 25	João tem 16 balas. Comprou algumas na cantina da escola e agora tem 25. Quantas balas ele comprou? 16 + ? = 25
Problemas de retirar	João tem 16 balas. Cedeu 5 para sua amiga Ana. Quantas balas têm agora? 16 - 5 = ?	João tem algumas balas. Ele deu 5 balas para Ana. Agora ele tem 11. Quantas balas ele tinha+ no inicio? ? - 5 = 11	João tem 16 balas. Gentilmente resolve dar algumas pra Ana. Agora ele tem 11 balas. Quantas balas Ana ganhou? 16 - ? = 11
Problemas de reunião	João tem algumas balas. 15 são de morango e 12 de abacaxi. Quantas balas têm João? 15 + 12 = ?		João tem 15 balas de morango e algumas de abacaxi. Ele tem 27 balas no total. Quantas balas são de abacaxi? 15 + ? = 27
Problemas de comparação	João tem 15 balas e Maria tem 12. Quantas balas o João têm a mais? 15 - 12 = ?	Maria tem 12 balas e João tem 3 a mais. Quantas balas têm ele? ? - 12 = 3	João tem 15 balas e Maria tem algumas. Ele tem 3 a mais do que ela. Quantas balas tem a Maria? 15 - ? = 3

Tabela 1: Campo conceitual aditivo.

3. A multiplicação

3.1. Por que a multiplicação está relacionada à ADIÇÃO?

Veja o exemplo abaixo:

João estava procurando conchinhas na praia para levar para casa e colocar em seu aquário. No primeiro dia, guardou três conchinhas e no segundo dia também guardou três. Daí pensou que, se guardasse três conchinhas por dia desde o primeiro dia em que chegou, depois de 15 dias, quando fosse embora, teria ____ conchinhas. O número que melhor se encaixa na lacuna é...

Perceba que o aluno poderia pensar em somar o número 3, **quinze vezes**, ou seja

$$3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3=45$$

Ao invés disso, ele pode perceber que teremos 15 parcelas iguais a 3 e que uma outra maneira de realizar essa operação seria $15{\times}3=45$.

Aqui, não queremos que o aluno realize o algoritmo X ou Y, queremos que ele entenda a *necessidade* de sair do campo aditivo e partir para o campo conceitual multiplicativo. Também não queremos que ele deixe pra trás a adição e comece um novo caminho, mas que ele entenda que, algumas vezes, a adição leva à multiplicação. Pensando nisso, qual justificativa você usaria para começar a falar de multiplicação? Qual estratégia você usaria para dar inicio às multiplicações?

3.2. Alguns métodos para multiplicação

Multiplicação em GELOSIA

Não se sabe ao certo quando surgiu este método, mas parece que a Índia é o mais provável berço desta técnica. Lá foi usada até, pelo menos, o século XII e depois levada até a China e à Arábia. Daí chegou a Itália, onde se associou o nome Gelosia, por conta da semelhança com os gradeados colocados em frente às janelas em Veneza e outros lugares.

Vamos resolver 437 x 98. Observe:

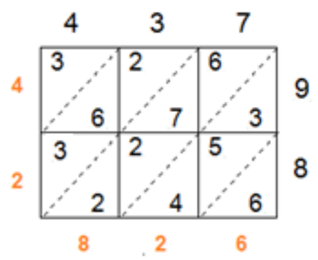


Imagem 03: Exemplo de multiplicação em Gelosia.

Resposta: 42 826

Como é que podemos explicar a técnica Gelosia? Que outros conteúdos, senão a multiplicação, podemos abordar com esta técnica?

Técnica RUSSA

Vamos ao exemplo de 184×97:

184	97		
92	194		
46	388		
23	776	*	776
11	1552	*	1552
5	3104	*	3104
2	6208		
1	12416	*	12416
			17848

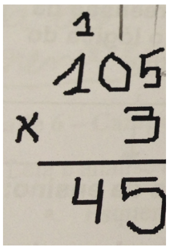
Imagem 04: Exemplo da técnica Russa.

- Como esse algoritmo funciona?

- Você acha fácil ou difícil para os alunos aprenderem?
- Que outros conteúdos os alunos aprendem com esta técnica de multiplicação?

3.3. Analisando erros

Observe dois dos erros mais comuns, cometidos pelos alunos ao realizar a multiplicação pelo método convencional:



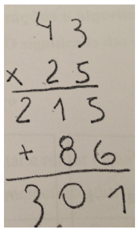


Imagem 06: Erros na multiplicação.

O que você vê no erro desses dois alunos? Eles sabem multiplicar?

3.4. Campo conceitual multiplicativo

Observe a seguir a tabela sobre o campo conceitual multiplicativo. Em seguida vamos analisar alguns livros didáticos para refletir sobre sua proposta.

Problemas do Tipo	Multiplicação	Divisão como Medida	Divisão como Partilha
Grupos Equivalentes	Rui comprou 6 pacotes de figurinhas. Se cada pacote tem 4 figurinhas, com quantas figurinhas ele ficou?	O Rui comprou alguns pacotes de figurinhas e ficou com 24. Se cada um tiver 4 figurinhas, quantos pacotes Rui comprou?	O rui tem ao todo 24 figurinhas. Arrumando igualmente em 6 pacotes, quantas figurinhas ele colocará me cada pacote?
Razão	Helena anda 3 Km por hora. Quantos quilômetros ela percorre em 5 Horas?	Helena anda 3 Km por hora. Quantas horas demora para andar 15 Km?	Helena andou 15 Km em 5 horas. Se ela andar sempre na mesma velocidade, quantos quilômetros andou por hora?
Comparação	A girafa é três vezes maior que o cangurú. Se este tiver 2 metros de altura, quanto medirá a girafa?	A girafa tem 6 metros de altura. O cangurú tem 2 metros. Quantas vezes a girafa é maior que o cangurú?	A girafa tem 6 metros de altura. Ela é três vezes maior que o cangurú. Quanto mede o cangurú?
Disposição Retangular	Se tivermos 3 filas cada uma com 4 crianças, quantas são as crianças ao todo?	Doze crianças estão dispostas em filas. Sabendo que são três filas, quantas crianças tem em cada fila?	
	Quantos mosaicos retangulares são necessários para cobrir o chão de uma sala, sabendo que o lado maior tem medida 12 e o menor 6?	Sabendo que o chão de uma sala retangular tem 72 mosaicos e que no lado maior cabem 12, quantos cabem no lado menor?	
Produto Cartesiano/Combinatória	Se 4 rapazes e 3 moças estiverem dispostos a dançar, quantos pares diferentes de moças e rapazes, poderão ser formados?	Em um baile, é possível formar 12 pares diferentes de moças e rapazes. Como os rapzes são 4, quantas são as moças?	

Tabela 02: Campo conceitual multiplicativo

4. Considerações Finais

Ensinar matemática não é uma tarefa que acaba em si mesma. É um trabalho que exige pesquisa, empenho, dedicação e, sobretudo, reflexão. Com este minicurso, pretendeu-se evidenciar a importância de refletir sobre a criação de problemas matemáticos e se os mesmos seguem sempre campos conceituais iguais, ou ainda, se oferecem ao aluno permear sobre a suas variações.

Para quem ensina, a proposta é viabilizar ao aluno o contato com os mais diversos tipos de conceitos envolvidos nas operações básicas, de forma que, com o passar do tempo, fique cada vez mais "orgânico" resolver situações-problema desta temática. Para quem aprende é possível dizer que, afirmações negativas, como por exemplo, "_O difícil é interpretar o problema e não a resolução!" podem ser diminuídas se tiver contato com as diversas naturezas do campo conceitual que a operação em si oferta.

5. Agradecimentos

À Universidade Metodista de São Paulo, em especial, à coordenadora do curso de Matemática, Débora Bezerra, pelo apoio e por validar meu trabalho enquanto docente. À Escola de Ensino Fundamental Leandro Klein e toda a equipe que sempre apoia minha prática docente.

6. Referências

MÁ, Liping. **Saber e ensinar matemática elementar.** [s.l.]: Gradiva, 2009. 280 p. (Temas da Matemática). Português de Portugal.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: R. LESH; M. LANDAU (Eds.). Acquisitions of mathematics concepts and procedures. New York: Academic Press, 1983, p.127-174.