PANORAMA DE PESQUISAS SOBRE O ESBOÇO DE CURVAS A PARTIR DA INTERPRETAÇÃO GLOBAL DAS UNIDADES FIGURAIS

Bárbara Cristina Pasa
Universidade Federal da Fronteira Sul/UFFS
bapasa1@hotmail.com

Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC
mthmoretti@gmail.com

Resumo:
De acordo com a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, a aprendizagem matemática e as dificuldades relacionadas a ela estão associadas à diversidade de registros de representação de um mesmo objeto matemático e à coordenação de ao menos dois destes registros. Quando o objeto em questão é o esboço de curvas, é fundamental a articulação entre os registros gráfico e algébrico. Para tanto, Duval propõe uma abordagem de ensino baseado na interpretação global das unidades figurais a qual consiste em perceber as modificações que a mudança do gráfico gera na expressão algébrica e vice e versa e identificar as variáveis visuais pertinentes relacionadas às modificações. Neste artigo teórico objetivamos expor algumas pesquisas que se apoiam nesta perspectiva de abordagem e refletir sobre as mesmas com vistas para novas pesquisas.
Palavras-chave: Gráficos; Expressão algébrica; Conversão; Ensino e aprendizagem de gráficos.

1. Introdução

Na teoria dos registros de representação semiótica (TRRS) de Raymond Duval, a aprendizagem matemática está relacionada à importância dos diversos registros de representação semiótica (RRS) de um objeto matemático e, mais que isso, exige a coordenação de pelo menos dois RRS. Sobre as representações semióticas, Duval (2009) enfatiza três atividades cognitivas as quais elas devem permitir. A primeira está relacionada à formação de uma representação em um sistema determinado. A segunda, denominada de *tratamento*, consiste em transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, ou seja, é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro. E a *conversão*, que se baseia em converter as representações em um sistema em representações em outro sistema.

Nesta perspectiva, toda a análise de aquisição e construção de conhecimentos matemáticos perpassam três fenômenos estreitamente ligados: a diversificação dos RRS, a diferenciação entre representante e representado ou entre forma e conteúdo de uma representação semiótica (DUVAL, 2009, p. 38) e a coordenação (conversão) entre os diferentes RRS.

Todos estes aspectos, vinculados às questões de não congruência[1] entre os RSS são as fontes das dificuldades de compreensão da matemática. Estas dificuldades, as quais estão presentes em certa medida em todas as áreas da matemática, aparecem de forma abundante na construção e interpretação de gráficos. Sobre este objeto matemático especificamente, Duval (2011)[2] credita essas dificuldades à articulação entre os registros gráfico e algébrico, ou melhor, na "falta de conhecimento das *regras de correspondência semiótica* entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica" (p. 97, grifo nosso). Na perspectiva desta teoria, é preciso que ocorra a transição entre registros, porém a abordagem comumente utilizada no ensino e nos livros didáticos atualmente possibilita somente a passagem da expressão algébrica para a gráfica através de uma abordagem "ponto a ponto" e não a transição efetivamente.

Segundo este autor, quando a conversão ocorre no sentido *escrita algébrica de uma equação → gráfico*, nenhuma dificuldade específica parece surgir, contudo, quando o sentido é inverso, os estudantes apresentam mais dificuldades (DUVAL, 2009). Isto, pois as unidades significativas de um gráfico não são determinadas em relação aos pontos encontrados e sim por valores visuais do gráfico, destacado pelos dois eixos orientados. Unidades significativas correspondem a variáveis visuais e, "o aluno que não as discrimine é como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada. Isso quer dizer que ele tem poucas chances de fazer uma "leitura correta" dos gráficos" (DUVAL, 2009, p. 79).

Diante disto, apresentamos neste artigo as principais abordagens no ensino do esboço de curvas, bem como os trabalhos que se apoiaram na perspectiva da interpretação global das unidades figurais, possibilitando assim, refletir a respeito desta atividade matemática e vislumbrar ações e trabalhos futuros que permitam a efetivamente a compreensão de gráficos.

[1] As questões que envolvem congruência e não congruência semântica entre RRS podem ser aprofundados em Duval (2012) e Duval (2004, p.49-61).

[2] Tradução de Méricles Thadeu Moretti de Duval, R. Graphiques e équations: l'articulation de registres. Annales *de Didactique et de Sciences Cognitives*. Strasbourg: IREM, 1988.

ISSN 2178-034X

2. Interpretação global das unidades figurais

No ensino de representações gráficas são possíveis abordagens distintas, as quais não consideram os mesmos dados visuais. São elas: a) *abordagem ponto a ponto*: consiste em, tendo como referência os eixos graduados, encontrar alguns pontos particulares (pares de números) e marcá-los no plano referencial. Esta é a abordagem mais utilizada, senão a única, no ensino tradicional; b) *abordagem de extensão do traçado*: corresponde às atividades de interpolação e extrapolação de representações gráficas. De acordo com Duval (2011), essa abordagem se mantém puramente mental e se apoia em um conjunto infinito de pontos (p. 98) e, como a anterior, não leva em conta as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica, se mantendo na busca por pontos particulares não relacionando com a expressão algébrica; c) *abordagem de interpretação global das unidades figurais*: o traçado de uma curva representa um objeto que também é representado por uma expressão algébrica. Esta abordagem consiste então em perceber as modificações que a mudança do gráfico gera na expressão algébrica e vice e versa e identificar as variáveis visuais pertinentes relacionadas às modificações.

Segundo Duval (2011), com a abordagem de interpretação global das unidades figurais "**não estamos mais na presença da associação "um ponto - um par de números", mas na presença da associação "variável visual de representação - unidade significativa da expressão algébrica"**" (p. 99, grifo do autor). Isto significa que "a curva não é vista apenas como a ligação de alguns pontos previamente determinados" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p.44) e a compreensão de um gráfico, desta forma, não se limita no fazer um desenho ou imagem geométrica que representa uma equação. Mais do que isso, a abordagem que permite a *interpretação global das propriedades figurais,* "possibilitará reconhecer quais modificações na expressão algébrica refletem em modificações na expressão gráfica da curva e vice-versa, o que contribuirá para uma melhor aprendizagem" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p.44).

Para tanto, é necessário identificar as *variáveis visuais,* pertinentes ao registro de representação gráfico, e as unidades simbólicas significativas, pertinentes ao registro de representação algébrico (simbólico). Ademais, não basta conhecer as variáveis visuais e as unidades simbólicas significativas fazem-se necessário *coordená-las*.

A teoria de Duval é bastante ampla e as ideias aqui pontuadas a respeito da abordagem de Duval não se esgotam neste artigo. Contudo, diante do objetivo do artigo, elas nos são úteis para a compreensão das pesquisas que apresentamos a seguir relacionadas ao ensino e aprendizagem de diversas funções.

3. Pesquisas relacionadas ao esboço de curvas a partir da abordagem de interpretação global das unidades figurais

3.1 Variáveis visuais e unidades simbólicas da função polinomial do primeiro grau

No caso específico da função polinomial do primeiro grau, Duval (2011) sugere o estudo do esboço de gráficos a partir da abordagem de interpretação global das propriedades figurais. Ao se referir às dificuldades relacionadas ao esboço de gráficos da função afim especificamente, Duval (2011, p. 97) enfatiza que "a razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica".

De acordo com este estudo, a análise da congruência entre os registros algébrico e gráfico perpassa a discriminação das unidades significativas próprias a cada registro e as transformações implícitas exigidas para a mudança de registro. Nas expressões algébricas, as unidades significativas são todos os símbolos explícitos e implícitos. Na representação gráfica de uma reta, Duval (2011) destaca as variáveis visuais como sendo: o sentido da inclinação (podendo assumir dois valores), os ângulos do traçado com os eixos (podendo assumir três valores) e a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical (podendo assumir três valores). A tabela 1 pode auxiliar no entendimento

Tabela 1 – Valores e variáveis visuais para $y=ax+b$ no plano cartesiano.

Variáveis visuais	**Valores**	**Unidades simbólicas correspondentes**	
Sentido da inclinação	Ascendente	Coeficiente > 0	Ausência de sinal
	Descendente	Coeficiente < 0	Presença do sinal -
Ângulos com os eixos	Partição simétrica	Coef. Variável = 1	Coef. não escrito
	Ângulo menor	Coef. Variável < 1	Coef. Escrito
	Ângulo maior	Coef. Variável > 1	Coef. Escrito
Posição sobre o eixo	Corta acima	Acrescenta constante	Sinal +
	Corta abaixo	Subtrai constante	Sinal -
	Corta na origem	Sem correção aditiva	Ausência de sinal

Fonte: Duval (2011, p. 101)

Uma leitura simples da tabela 1 deixa claro que cada um dos oito valores das variáveis visuais do gráfico corresponde a uma unidade significativa na expressão algébrica da reta. Diversas análises podem ser feitas quando se tem clareza das relações existentes entre as unidades significativas de cada registro. Além de centrar a atenção sobre a correspondência entre representação gráfica e algébrica, esta apresentação possibilita a compreensão das expressões de paralelismo e perpendicularismo de retas.

Todavia, novamente ressaltamos que no ensino tradicional atual, esta abordagem de articulação não é estimulada e a discriminação das variáveis visuais e sua vinculação com as unidades simbólicas correspondentes, é ignorada. Sobre isso, Duval pontua,

> Não pode haver utilização correta das representações gráficas cartesianas sem a discriminação explícita das variáveis visuais pertinentes e sem uma correspondência sistematicamente estabelecida entre os valores dessas variáveis e as unidades significativas da expressão algébrica. Ignorando a especificidade e a importância da abordagem de interpretação global, o professor não consegue atingir o objetivo de uma utilização correta dos gráficos cartesianos para a maioria dos alunos do primeiro ano do ensino médio (15 a 16 anos). (2011, p. 104)

Este estudo de Duval inspirou outros pesquisadores (Moretti (2003), Luiz (2010), Moretti e Luiz (2010), Silva (2008)) a buscar por recursos e/ou elementos que permitam esta associação entre variáveis visuais e unidades significativas do sistema algébrico.

3.2 Variáveis visuais e unidades simbólicas da função polinomial do segundo grau

A parábola é estudada no ensino médio em dois momentos: como uma curva obtida pelo lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto F, chamado de foco, e de uma reta diretriz, d; e como uma curva obtida por meio das funções polinomiais do segundo grau. O que se percebe é que os livros didáticos pouco relacionam estes dois momentos, o que pode fazer com que os estudantes tenham dificuldade de relacioná-los e de identificá-los como mesmo objeto. Comumente, ao se trabalhar com o lugar geométrico, as parábolas são apresentadas através de seus vértices, foco e reta diretriz, enquanto que, no trabalho com a função quadrática, ela é genericamente vista como $y=ax^2+bx+c$ e é isto que pode levar a dificuldades no esboço do gráfico.

Com base nisto, Moretti (2003) analisou a possibilidade de manter a relação entre variável visual de representação e unidade significativa da escrita algébrica da função quadrática, usando como recurso a *translação*. Assim, sendo uma parábola posicionada com vértice na origem do plano cartesiano, com foco em (0, p/2) e reta diretriz de equação y = -

$p/2$, com $p \neq 0$ e p sendo o parâmetro da parábola ou a distância entre o foco e a reta diretriz, obtém-se a equação: $y=(1/2p)x^2$

Relacionando a equação acima e $y=ax^2$, é possível perceber que o sinal de a depende do sinal da razão $1/2p$. Este caso, com vértice na origem, pode ser relativamente fácil para os estudantes reconhecerem as relações entre unidades significativas da expressão e unidades simbólicas gráficas. As análises dificultam quando se tem parábolas com equações gerais $y= ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$, b e c constantes reais. Isto, pois os registros algébricos e gráficos não possuem congruência. De acordo com Moretti (2003), a parábola $y= 2x^2-8x-10$ (expressão 1), a qual pode ser escrita na forma $y+18=2(x-2)^2$ (expressão 2) ou ainda, $y-(-18)=2(x-(+2))^2$ (expressão 3), pode ser obtida por dois movimentos de translação de $y = 2x^2$: horizontal à direita em 2 unidades e vertical para baixo em 18 unidades. Desta forma, o vértice passa da origem para (2,0) e, em seguida para (2,-18) (MORETTI, 2003, p. 154). Este mesmo procedimento é feito para obtenção do foco e da reta diretriz.

De acordo com Moretti (2003) a expressão (3) tem um maior grau de congruência semântica com as translações descritas a nível gráfico. Isto significa que, para conversões entre registro algébrico e gráfico de funções polinomiais do segundo grau, a transformação por translação pode minimizar os problemas de não congruência. O maior custo cognitivo talvez seja o tratamento que leva a expressão (1) à (3), chamado de complementação de quadrados. Contudo, este tratamento é exigido em outras situações matemáticas e o seu uso pode trazer diversos benefícios como fornecer as raízes reais de uma equação.

O esboço de parábolas utilizando a translação pode contribuir para que o aluno perceba o conjunto traçado/eixo como uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica percebendo as implicações de variações no registro algébrico, no registro gráfico e vice-versa.

3.3 Variáveis visuais e unidades simbólicas de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas

O esboço de curvas de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas é estudado profundamente em Silva (2008) e Corrêa e Moretti (2014). Neste estudo, é discutido esboço dessas funções, utilizando variáveis visuais como *amplitude* e *período,* e recursos como a *translação* e *simetria em paralelo* com as unidades significantes da expressão algébrica (CORRÊA, MORETTI, 2014, p. 44).

Os autores propõem a aplicação da operação cognitiva de *tratamento* nos registros algébrico e figural de maneira separada e paralela de uma curva base, por exemplo, no caso de y=sen x com o objetivo de, desta forma, chegar aos registros figural e algébrico da curva a ser esboçada. Este procedimento resulta na *conversão* de uma representação a outra, "evidenciando características do objeto matemático que transparecem e mantêm uma relação das duas representações entre si, as quais, embora pertencentes a sistemas semióticos diferentes, fazem referência a um mesmo objeto" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p. 45).

Assim, com o objetivo de perceber quais modificações nos coeficientes da expressão algébrica da curva refletem modificações no gráfico, foi tomado como exemplo, as senoides, cuja equação algébrica genérica é definida por $y=\pm a+b\text{sen}(kx\pm c)$, e analisado primeiramente a função y=sen x, de domínio real. Esta função é periódica e seu período é 2π, no intervalo $[0,2\pi]$ e, a partir do esboço[3] desta função e reconhecendo as propriedades figurais, foram esboçadas diversas curvas com coeficientes distintos como $y=\text{sen}(1/x)$, $y=\text{sen}(x/2)$, $y=3+\text{sen}(x/2)$, entre outras.

Um estudo da relação entre unidades significantes da escrita algébrica e variáveis visuais da curva da função $y=\text{sen}x$ e da função $y=\pm a+b\text{sen}(kx\pm c)$ consta na tabela 2 e 3, a seguir.

Tabela 2 – Características da curva base cuja expressão é $y=\text{sen}x$

Coeficiente	**Expressão (unidades da escrita algébrica)**	**Curva (variáveis visuais)**
b = 1	O coeficiente não aparece	Amplitude 2, intervalo de imagem [-1,1]
k = 1	O coeficiente não aparece	Período (comprimento do intervalo de repetição da curva) igual a 2π
a = 0 e c = 0	Os coeficientes não aparecem	Não há translações; O ponto (0,0) pertence à curva; A curva é simétrica em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Silva (2008, p.109)

[3] Para visualização, ver Silva (2008, p. 86).

Tabela 3 – Características das curvas senoides cuja expressão é $y=\pm a+b\text{sen}(kx\pm c)$

Coeficiente	**Expressão (unidades de escrita algébrica)**	**Curva (variáveis visuais)**
b	Positivo: Ausência do sinal +; Presença do valor numérico desde que seja diferente de 1.	Amplitude *2b*, intervalo imagem [-*b*,*b*].
	Negativo: Presença do sinal -; Presença do valor numérico desde que seja diferente de 1.	Amplitude |*2b*|, intervalo imagem [-*b*,*b*], curva simétrica em relação ao eixo x àquela que apresenta coeficiente *b* positivo.
k	Positivo: Ausência do sinal +; Presença do valor numérico desde que seja diferente de 1.	Período (comprimento do intervalo de repetição da curva) igual a $2\pi/k$.
	Negativo: Presença do sinal -; Presença do valor numérico desde que seja diferente de 1.	Período (comprimento do intervalo de repetição da curva) igual a $2\pi/\|k\|$; Curva simétrica em relação ao eixo x àquela que apresenta coeficiente *k* positivo.
a	Positivo: ^{+}a (presença do coeficiente com sinal +)	Translação do eixo y de *a* unidades para cima em relação à senoide onde $a=0$. Modificações do intervalo imagem para $[-b+a,b+a]$ se $b>0$ ou para $[b+a,-b+a]$ se $b<0$.
	Negativo: ^{-}a (presença do coeficiente com sinal -)	Translação do eixo y de *a* unidades para baixo em relação à senoide onde $a=0$. Modificações do intervalo imagem para $[-b-a,b-a]$ se $b>0$ ou para $[b-a,-b-a]$ se $b<0$.
c	Positivo: ^{+}c (presença do coeficiente com sinal +)	Translação no eixo x de $\|c/k\|$ unidades para a direita em relação à senoides onde $c=0$.
	Negativo: ^{-}c (presença do coeficiente com sinal -)	Translação no eixo x de $\|c/k\|$ unidades para a esquerda em relação à senoides onde $c=0$.

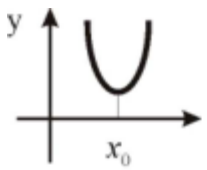
Fonte: Silva (2008, p. 109)

Este tipo de análise favorece a *conversão* no sentido inverso, a qual se mostra mais difícil para os estudantes quando utilizada a *abordagem ponto a ponto*, e, desta forma, possibilita uma leitura correta do gráfico (CORRÊA; MORETTI, 2014, p.62). Esta mesma análise pode ser realizada para as outras funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, lembrando que a curva base, em se tratando de Ensino Médio, pode ser construída facilmente utilizando a abordagem ponto a ponto, e, a partir dela, tirar as outras conclusões.

3.4 Esboço de curvas no ensino universitário

No ensino universitário, somente observações na expressão algébrica, não são suficientes para descrever características da curva correspondente no plano cartesiano. Diversos tratamentos matemáticos precisam ser realizados e aplicados na forma simbólica, como derivadas, limites, resolução de equações, inequações, entre outros. Assim sendo, o número de variáveis visuais aumenta muito significativamente e sem correspondência única com uma variável simbólica (MORETTI; FERRAZ; FERREIRA, 2008, p. 104). Diante disso, os autores Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) elaboraram um conjunto de elementos, semelhantes à forma que Duval (2011) apresentou para o caso da função afim, como forma de orientar a conversão entre as formas simbólica e gráfica das funções trabalhadas no ensino universitário. Estes elementos orientadores são unidades básicas gráficas e unidades básicas simbólicas, as quais funcionam como unidades significativas das representações da função. Um exemplo de unidade básica pode ser visto na tabela 4 a seguir a qual nos possibilita visualizar uma unidade básica referente a um ponto crítico de uma função, mais especificamente um ponto de mínimo relativo. A unidade básica gráfica visualizada no esboço da curva de uma função é relacionada com a unidade básica simbólica correspondente, a qual denota a derivada primeira da função igual a zero e a mudança de sinal de negativo para positivo na vizinhança de x_0.

Tabela 4: Ponto crítico de uma função.

Unidade básica gráfica	Unidade básica linguística	Unidade básica simbólica
	Mínimo relativo em x_0. Derivada primeira de y muda de sinal negativo para positivo na vizinhança de x_0.	$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y'(x_0) < 0, x \in V^-(x_0) \\ y'(x_0) > 0, x \in V^+(x_0) \end{cases}$

Fonte: Moretti, Ferraz e Ferreira (2008, p. 106).

Nos exemplos de Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) as unidades básicas usadas a fim de promover a conversão entre representação gráfica e algébrica de funções são os elementos básicos do cálculo, como a variabilidade e concavidade, retas assintóticas, determinação de pontos importantes (extremos relativos, pontos de inflexão e continuidade). De acordo com estes autores, sem o recurso do cálculo, seria impossível o estudo da conversão de diversas funções no ensino universitário com tratamento global.

Também pensando nas funções trabalhadas do ensino universitário, Luiz (2010) e Moretti e Luiz (2010, 2014), propõem o *procedimento informático* de interpretação global, que alia o procedimento de interpretação global das unidades figurais de Duval ao procedimento de esboço da forma gráfica com o uso de programas computacionais. Nesta perspectiva, o uso de elementos do cálculo, os quais irão dar as formas básicas da curva, denominadas de unidades básicas gráficas, também é imprescindível.

O procedimento informático para o esboço de gráficos e compreensão de funções, esquematizado na figura 1, possibilita algumas vantagens relacionadas à rapidez de visualização da curva e de mudança de escalas e parâmetros.

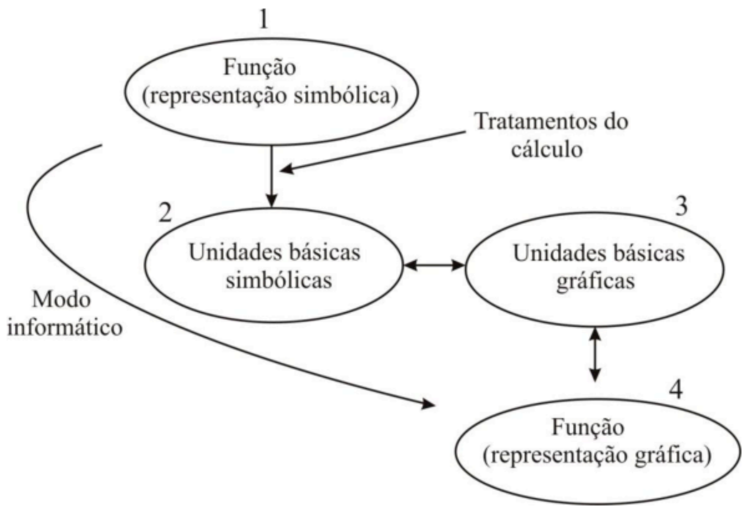


Figura 1: Esquema do procedimento informático de interpretação global. Fonte: Moretti e Luiz (2010, p. 531)

No esquema, a conversão de 1→4, associada à conversão de 4→1, ocorre para um parcela restrita de funções devido à complexidade das mesmas. No ensino universitário é praticamente impossível pensar um procedimento de conversão que permite acompanhar modificações simultâneas entre as representações simbólica e gráfica. Isto justifica a utilização do modo informático para a conversão no sentido de 1→4 e a volta levando em conta as unidades básicas simbólicas, sem preocupação primordial com a forma algébrica em si, mas com as características desta forma principalmente, ou seja, no sentido 4→3↔2←1.

Tanto Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) como Luiz (2010) e Moretti e Luiz (2010, 2014) tratam das unidades básicas das funções, ora percebidas globalmente na curva, ora destacadas e relacionadas com as unidades básicas simbólicas. Mesmo não sendo possível visualizar a relação direta entre as representações gráfica e simbólica da função, é possível estudar a relação entre as unidades básicas gráficas e simbólicas (MORETTI; LUIZ, 2010, p. 533) como forma de compreender o esboço e interpretação de curvas no ensino universitário, de acordo com as prerrogativas de Raymond Duval.

4 Considerações Finais

Apresentamos algumas investigações que possibilitam a articulação entre registro gráfico e algébrico a partir de elementos significativos. Na representação gráfica de uma reta, Duval (2011) destacou as relações entre as unidades simbólicas da expressão algébrica e as variáveis visuais do gráfico. Uma discussão sobre como manter a relação entre variável visual de representação e unidade significativa da escrita algébrica da função quadrática, usando como recurso a *translação* da função quadrática foi realizada em Moretti (2003). O esboço de curvas de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas foi estudado por Silva (2008) e Corrêa e Moretti (2014), utilizando como recursos a *translação* e *simetria em paralelo* com as unidades significantes da expressão algébrica. Por fim, Moretti, Ferraz e Ferreira (2008), Luiz (2010) e Moretti, Luiz (2010) fazem uso de elementos do cálculo e refletem sobre as funções mais complexas do ensino universitário, sendo que os dois últimos acrescentam o *procedimento informático* de interpretação global.

A discussão e reflexão sobre o esboço de curvas são pertinentes, primeiramente, pelo fato deste objeto matemático ser fundamental em diversas atividades humanas e estar presente, do ponto de vista escolar, no Ensino Fundamental, Médio e Superior. Além disso, devido à importância desta atividade nos tempos atuais, "por tornar possível a representação de diversos fenômenos e situações" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p.39), os quais perpassam o entendimento de fenômenos físicos, químicos, biológicos, matemáticos, econômicos etc. E ainda devido às dificuldades apresentadas pelos estudantes as quais se devem, segundo os estudos mostrados aqui, a uma abordagem de ensino que prioriza o traçado de gráficos "ponto a ponto" e que se atém à passagem do registro algébrico para o gráfico apenas, não priorizando assim, a compreensão das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica.

A proposta deste artigo, além da apresentação das pesquisas relacionadas, é desafiar o leitor professor de matemática, na busca por elementos e recursos que permitam, na atividade de esboço de curvas e em tantas outras relacionadas a ela, a efetiva compreensão a partir de uma interpretação global das propriedades figurais.

5 Referências

CORRÊA, M. O. S.; MORETTI, M. T. Esboçando curvas de funções a partir de suas propriedades figurais: uma análise sob a perspectiva dos registros. In: BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. (Orgs). **As contribuições da Teoria dos Registros de Representações Semióticas para o Ensino e a Aprendizagem na Educação Matemática.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2014.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_________. **Semiosis y Pensamiento Humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle. Colombia. Tradução: Myriam Veja Restrepo, 1999. Edición en castellano, 2004.

_________. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v.6, n.2, p.91-112, 2011.

_________. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 7, n. 1, p. 97-117, 2012.

LUIZ, L. S. **Esboço de curvas no ensino superior**: uma proposta baseada na interpretação global de propriedades figurais e uso de tecnologias. 2010. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

MORETTI, M.T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003, p. 149-160.

MORETTI, M.T.; FERRAZ, A.G.; FERREIRA, V.G.G. Estudo da conversão de funções entre registros simbólico e gráfico no ensino universitário. **Quadrante – Revista de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa, v. XVII, n. 2, 2008.

MORETTI, M. T.; LUIZ, L. S. O procedimento informático de interpretação global no esboço de curvas do ensino superior. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo. v.12, n.3, p.529-547, 2010.

SILVA, M. O. **Esboço de curvas**: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. 2008. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.