

UMA ANÁLISE DA CONFIGURAÇÃO SUBJETIVA DE ALUNOS DO 5º e 6º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS ADITIVOS E MULTIPLICATIVOS

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
drapoj@uol.com.br

Roberta Costa
Escola Estadual Santa Terezinha
valeria_ciabotti@hotmail.com

Géssica Rodrigues da Silva
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
gessicarodrigues_8@yahoo.com.br

Danielle Fátima Silva de Jesus
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
danyfatima_10@hotmail.com

Resumo:

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo avaliar o desempenho de alunos do 5º e 6º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas (estadual e municipal) em Uberaba- MG em relação aos modelos aditivos e multiplicativos das operações aritméticas fundamentais. Desta forma, partiu-se da elaboração e posterior aplicação de um teste diagnóstico com 20 questões utilizando a resolução de problemas e para a análise das respostas tomou-se como base a Teoria da Subjetividade de González Rey. Ao assumir a concepção teórica de González Rey acerca da subjetividade, acreditamos que o professor e o aluno possam entender que o processo de ensino e aprendizagem dos modelos aditivos e multiplicativos das operações aritméticas fundamentais para os anos iniciais do Ensino Fundamental se constituem como situação para ser analisada, interpretada e compreendida, a partir do entendimento dos caminhos trilhados para a solução dos problemas empregada pelos alunos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Problemas aditivos e multiplicativos; Ensino Fundamental.

1. Introdução

Dominar as 4 (quatro) operações aritméticas básicas é mais do que necessário para termos uma visão do que significam os outros ramos da Matemática, tais como a Estatística, a Geometria e a Álgebra. As operações aritméticas básicas encontram-se no domínio da Aritmética que é a parte da Matemática que engloba a ideia de número e suas relações.

Além disso, é importante destacar que de maneira geral, os conceitos associados às operações aritméticas fundamentais são ensinados de forma pragmática, através de

procedimentos considerados “práticos”, sem nenhuma relação com definições e propriedades o que pode ser corroborado por David e Machado (1996) ao afirmarem que:

Nas escolas primárias, as crianças são encorajadas a praticar rotinas para se tornarem “fluentes” na aritmética elementar. A progressão vai das rotinas mais simples para as mais complexas. Esta parece ser a forma lógica de proceder. Porém, se observarmos o que realmente acontece na sala de aula, vamos verificar que esta sequência pode encorajar as crianças a praticarem técnicas que funcionam num contexto limitado, mas que não podem ser generalizadas. Muito longe de lhes fornecer um processo de crescimento contínuo e cuidadosamente sequenciado, esta abordagem pode levar as crianças a aprenderem técnicas “defeituosas” que só podem ser diagnosticadas num estágio mais avançado (DAVID; MACHADO, 1996, p. 27).

Pinto (2010) analisa as compreensões de professores nos primeiros anos do Ensino Fundamental em relação à Matemática e aos conceitos básicos da Aritmética, mostrando que as professoras necessitam aprofundar seus conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal, as quatro operações fundamentais e as relações entre estes conceitos.

Além dos aspectos anteriormente citados, fala-se muito hoje em instrumentos para ampliar a capacidade de percepção, de ação e de resolução de problemas, no entanto, este trabalho por vezes se limita ao “ensino de técnicas ou instrumentos que poderão ser utilizados pelos alunos na vida prática para solucionar problemas” (NUNES et al., 2005, p. 35).

Mas o que deveria ser feito em relação a utilização da metodologia da resolução de problemas perpassa pelo que Chamorro (2003) indica, ou seja, é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos, pois oferecem a possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos e de modelização de situações, o que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia.

E reforçamos esta ideia com as colocações de Justo et al (2015) ao dizerem que resolver um problema matemático exige conhecimentos que vão além de realizar operações matemáticas adequadamente. Completam expondo que para escolher uma operação adequada e resolver um problema é necessário que se tenha uma rede de conceitos sobre as operações matemáticas, construindo significados ligados a diversas situações a que elas pertencem.

Partindo da dificuldade em que os alunos tem em solidificar os conceitos referentes às operações aritméticas fundamentais, Nunes e Bryant (2007, p. 8) apresentam alguns pressupostos que devem ser considerados no processo ensino e aprendizagem onde se deve

focar a estrutura do problema e não as operações aritméticas, quais sejam:

- 1) Para compreender adição e subtração corretamente, as crianças devem compreender a relação inversa entre elas sendo que o mesmo deve ocorrer com a multiplicação e a divisão. Assim, um foco específico em operações distintas, que era o modo mais típico de pensar no passado, se justifica apenas quando o foco do ensino está nas habilidades de cálculo;
- 2) As relações entre adição e subtração, por um lado, e multiplicação e divisão, por outro lado, são conceituais, ou seja, elas se relacionam com as conexões entre as quantidades de cada um destes domínios de raciocínio;
- 3) As conexões entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão são processuais, ou seja, a multiplicação pode ser realizada por adições repetidas e a divisão usando repetidas subtrações.

Assim, neste trabalho é utilizado como metodologia a concepção teórica de subjetividade na perspectiva histórico-cultural desenvolvida por González Rey (1997; 2000; 2003; 2005; 2007a; 2007b; 2012) para avaliar a resolução de vinte problemas de uma avaliação diagnóstica aplicada a 290 alunos do 5º e 6º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas em Uberaba- MG em relação aos modelos aditivos e multiplicativos das operações aritméticas fundamentais.

Segundo González Rey (1997; 2000; 2003; 2005; 2007a; 2007b; 2012) a subjetividade está em contínua construção e parte das intersecções entre indivíduo e sociedade, emoção e pensamento, sentido e significado, consciente e inconsciente, em múltiplas configurações de sentidos de elevada variabilidade, tendo como base as trajetórias de vida do sujeito.

Desta forma, a subjetividade é um sistema, uma forma de organização dos processos e conteúdos que a integram, onde:

Toda influência externa se integra ao sistema e tem um sentido para ele dentro de sua auto-organização ao integrar processos que não se afetam de forma direta em suas inter-relações, que são relações de sentido nas quais a constituição histórica do sujeito tem valor essencial na configuração das influências que recebe, as quais nunca atuam de uma condição objetiva suscetível a registros padronizados (GONZÁLEZ REY, 2003, p. 250).

González Rey (2005) diz que integrar a subjetividade como um aspecto importante do sujeito que aprende é de fundamental importância para uma compreensão mais ampla dos processos de ensino/aprendizagem.

Como ainda diz González Rey (2005), o sujeito deve ser compreendido em seu sentido subjetivo, pelos pensamentos e pelas emoções que são por ele construídos na constituição de si mesmo e nos espaços sociais em que atua. Nessas inter-relações, outros espaços sociais podem ser afetados. Ou seja, é na produção de sentidos e significados que acompanham a ação do sujeito – onde estão presentes pensamentos e emoções - que emerge a processualidade do ensino e da aprendizagem e, conseqüentemente, a subjetividade como um sistema em constante desenvolvimento.

Assim, a partir de uma dada tarefa matemática ofertada a duas crianças, não há duas experiências idênticas, e a realização da tarefa caracteriza-se pela diversidade da experiência, não apenas pela possibilidade de produção diversa de esquemas mentais, mas também, porque, a aprendizagem implica a produção de sentidos subjetivos, processo expresso na produção simbólico-emocional (GONZÁLEZ REY, 2012).

2. Procedimentos Metodológicos

O trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho de 290 alunos do 5º e 6º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas em Uberaba- MG em relação aos modelos aditivos e multiplicativos das operações aritméticas fundamentais e a partir da elaboração e posterior aplicação de uma avaliação diagnóstica com 20 questões utilizando a resolução de problemas, avaliar os seus conhecimentos a partir das soluções apresentadas tomando como base a Teoria da Subjetividade de González Rey.

Segundo Canen (1999) a avaliação diagnóstica servirá de ajuda ao processo de ensino-aprendizagem e fornecerá aos professores elementos que permitem identificar os conhecimentos prévios dos alunos, bem como os pontos críticos para que se avance na construção do conhecimento, tendo em vista um projeto de escola não excludente. Para Luckesi (2000, p. 9), para avaliar, o primeiro ato básico é o de diagnosticar, que implica, como seu primeiro passo, coletar dados relevantes, que configurem o estado de aprendizagem do educando ou dos educandos.

Neste trabalho apresentaremos a análise de dois problemas deste teste de avaliação diagnóstica que abordam aspectos aditivos e multiplicativos das operações aritméticas fundamentais. Os aspectos considerados na análise, a partir da Teoria da Subjetividade de González Rey da solução dos protocolos (solução dos problemas apresentados pelos alunos), são os seguintes:

- 1) Apresentação do protocolo (solução do problema pelo aluno);
- 2) Determinação das hipóteses da análise que foram divididas em dois aspectos:
 - 2.1) Conceito em Ação – conceitos que deveriam ter sido utilizados para a solução do problema.
 - 2.2) Teorema em Ação – estratégias utilizadas pelos alunos para a solução do problema.
- 3) Interpretações e implicações pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula a partir da análise das hipóteses.

3. Resultados

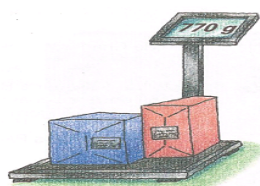
Os estudos de Carpenter e Moser (1982) e Riley, Greeno e Heller (1983) categorizam os problemas aditivos observando fatores de ordem semântica, descrevendo quatro tipos básicos de problemas de adição e subtração (problemas que envolvem combinação “combine”; problemas que envolvem transformação “change”; problemas que envolvem igualação “equalize”; problemas que envolvem comparação “compare”); os quais se subdividem em 16 estruturas diferentes, dependendo do valor desconhecido na situação-problema.

A matriz de referência de Matemática referente ao 5º ano do Ensino Fundamental do SAEB e Prova Brasil, Brasil (2016), é composta por quatro temas, relacionados a habilidades desenvolvidas pelos estudantes. Dentro de cada tema há um conjunto de descritores ligados às competências desenvolvidas. O conjunto de descritores é diferente em cada série avaliada. O tema que aqui será utilizado é o Tema III referente à Números e Operações / Álgebra e Funções. Os descritores sintetizam as habilidades e competências (capacidade do aluno de dominar a norma culta da Língua Portuguesa, compreender o demonstrar os raciocínio lógico-matemática, compreender fenômenos naturais, enfrentar situações-problema, construir argumentações consistentes e elaborar propostas que atentem para as questões sociais) que precisam ser aferidas em cada ano de escolaridade e devem ser expressos detalhadamente, para que se possa medir os aspectos que podem ser observados.

O problema 2, apresentado na Figura 1, dentro do Tema 3 refere-se ao descritor 19 (D-19) que indica “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa) ”.

QUESTÃO 02. No comércio de seu Jorge são vendidas várias encomendas. Ele tem que fazer o controle de suas vendas para emitir nota fiscal a todos os seus clientes, inclusive realizar o peso de suas mercadorias. Duas dessas encomendas foram disponibilizadas em caixas e colocadas juntas na balança da figura abaixo. Se uma das caixas pesa 465 gramas, quantos gramas pesa a outra caixa?

- a) 505 g
- b) 405 g
- c) 305 g
- d) 205 g
- e) 1235 g



Fonte: Giovanni, José Ruy. Nós e a tabuada: 1ª a 4ª séries. ed. Reform. São Paulo: FTD, 2003.

Figura 1 – Enunciado do problema 2 da Avaliação Diagnóstica.

Segundo Brasil (2016) as habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à resolução, pelo aluno, de diferentes situações que apresentam ações de: juntar, ou seja, situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro; alterar um estado inicial, ou seja, situações ligadas à ideia de transformação, que pode ser positiva ou negativa; de comparar, ou seja, situações ligadas à ideia de comparação; operar com mais de uma transformação, ou seja, situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa).

O problema 2 caracteriza-se segundo Carpenter e Moser (1982) e Riley, Greeno e Heller (1983) como de transformação que envolve um relacionamento dinâmico, pois, a partir de uma quantidade inicial e através de uma ação direta ou indireta, causa-se um aumento ou diminuição na mesma. Especificamente, refere-se ao tipo de mudança que a partir de uma série inicial desconhecida, cria-se uma situação de decréscimo.

Portanto, a figura apresentada no problema estabelece que as duas caixas pesam em conjunto 770 g. Além disso, sabendo que uma das caixas pesa 465 g, então pela operação de subtração ou diminuição entre o peso total das caixas e o peso de uma delas, pode-se determinar o peso desconhecido da outra caixa que é $(770 \text{ g} - 465 \text{ g} = 305 \text{ g})$ que corresponde à opção “c”. A Figura 2 apresenta o exemplo de um protocolo de pesquisa ou a solução de um aluno e que indica a maneira como as questões são analisadas segundo a Teoria da Subjetividade de González Rey.

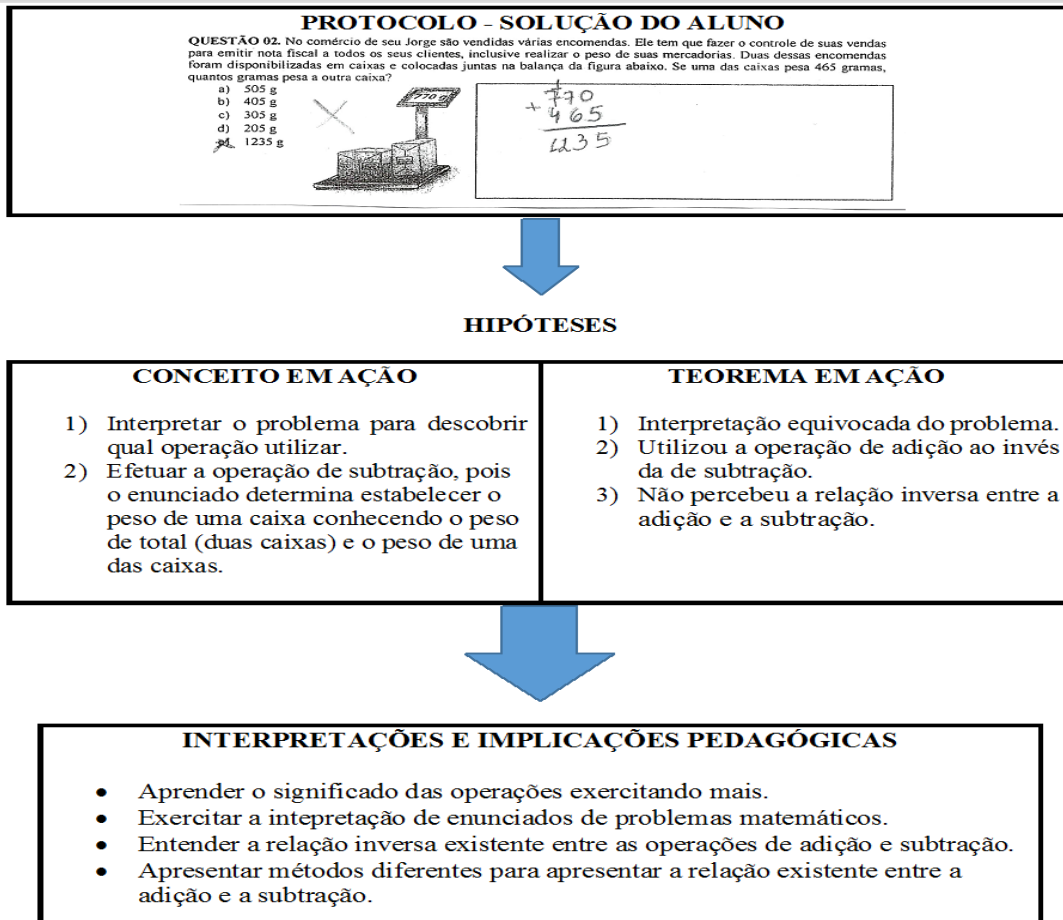


Figura 2 – Apresentação da análise do Problema 2 seguindo a Teoria da Subjetividade de González Rey.

Em relação aos problemas multiplicativos, Nunes e Bryant (1997) afirmam que há níveis diferentes de raciocínio e os classificam como:

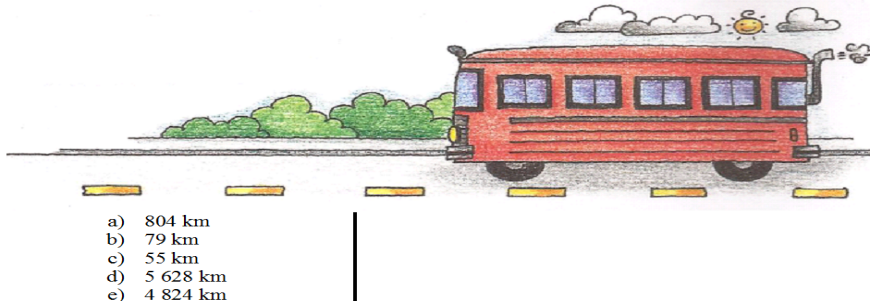
1. Correspondência um a muitos envolvendo os subtipos: multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano. Também envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar;
2. Relação entre variáveis (covariação);
3. Distribuição.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) de modo semelhante diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos: comparativa; proporcionalidade; configuração retangular; e combinatória. Os problemas de combinatória se assemelham aos de produto cartesiano classificados por Nunes e Bryant (1997).

O problema 3, apresentada na Figura 3, dentro do Tema 3 refere-se ao descritor 20 (D-20) que indica “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados

da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória”.

QUESTÃO 03. Um motorista faz excursão em um ônibus de viagem. Ele faz 12 viagens por dia e em cada viagem ele percorre 67 quilômetros. Se esse ônibus não sai aos domingos, qual a distância que ele percorre de segunda a sábado?



Fonte: Giovanni, José Ruy. Nós e a tabuada: 1ª a 4ª séries. ed. Reform. São Paulo: FTD, 2003.

Figura 3 – Enunciado do Problema 3 da Avaliação Diagnóstica.

Segundo Brasil (2016) as habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à resolução, pelo aluno, de problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão, relacionadas a situações associadas à multiplicação comparativa; à comparação entre razões, isto é, envolvendo a ideia de proporcionalidade; à configuração retangular; e à ideia de análise combinatória.

O Problema 3 caracteriza-se segundo Nunes e Bryant (1997) como de correspondência um a muitos envolvendo os subtipos: multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano. Também envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar.

Portanto, o problema estabelece um motorista de excursão em um ônibus de viagem faz 12 viagens por dia e em cada viagem ele percorre 67 quilômetros. Desta forma, em cada dia ele percorre ($12 \times 67 \text{ Km} = 804 \text{ km}$). Portanto, por dia ele percorre 804 Km. E ainda estabelece que o ônibus não faz viagens aos domingos, desta forma, somente trabalha de segunda à sábado que somam 6 dias. Assim, como em cada dia percorre 804 km, e trabalha durante 6 dias, então ele percorre na semana trabalhada ($6 \times 804 \text{ km} = 4824 \text{ Km}$) que corresponde à opção “e”.

A Figura 4 apresenta o exemplo de um protocolo de pesquisa ou a solução de um aluno e que indica a maneira como as questões são analisadas segundo a Teoria da Subjetividade de González Rey.

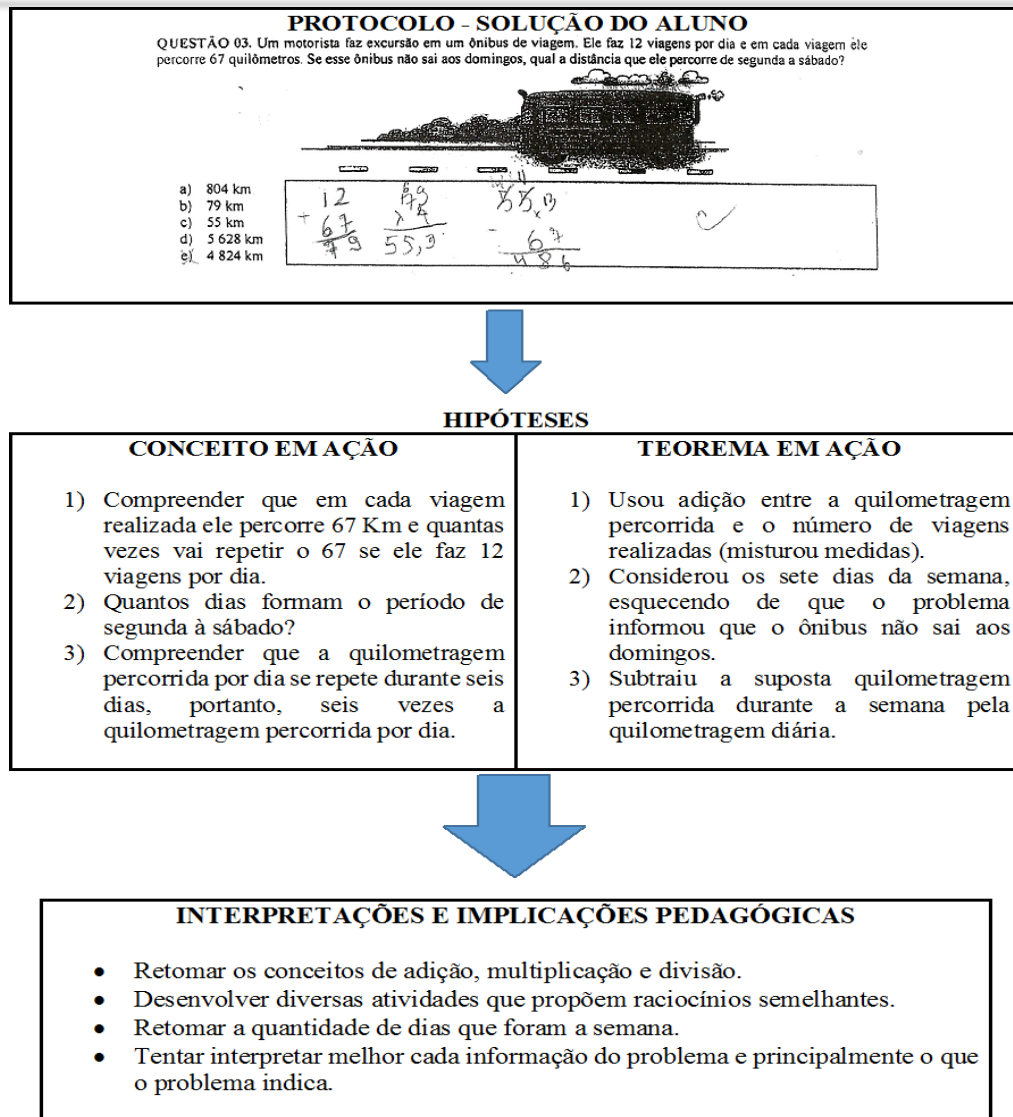


Figura 4 – Apresentação da análise do Problema 3 seguindo a Teoria da Subjetividade de González Rey.

4. Considerações Finais

Ao assumir a concepção teórica de González Rey acerca da subjetividade, passamos a entender que o processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica constitui-se como situação para ser analisada, interpretada e compreendida na integração do individual com o social, considerando-se os sentidos subjetivos produzidos pelos sujeitos em relação ao objeto de conhecimento, neste caso os modelos aditivos e multiplicativos associados às operações aritméticas fundamentais. Além disso, constituir ações para a melhoria do ensino dos conceitos associados a estes conteúdos.

Concordamos com a afirmação de González Rey (1995) ao dizer que a função da escola deveria ser a comunicação e não apenas o ensino de conteúdos concretos, considerando a

educação como desenvolvimento da personalidade do educando. Por meio da comunicação se conseguiria ensinar e também exercer uma influência educativa sobre o aluno em um meio participativo e interativo. O autor considera que, dessa maneira, o processo educativo contribuiria para o crescimento da pessoa, no desenvolvimento de sua autoestima, de sua segurança emocional, de seus interesses e de sua capacidade de se comunicar com o outro.

Acreditamos também ser importante entender o que uma situação-problema pede, pois faz parte de uma alfabetização matemática necessária para toda a escolaridade básica, ou seja, sabendo como interpretar os desafios propostos, os alunos podem escolher os procedimentos mais eficientes e descobrir as operações necessárias para resolvê-los.

Em outras palavras, quando o trabalho de interpretação dos enunciados não é bem-feito pelo educador, os alunos podem não conseguir relacionar o que está escrito em palavras com as operações matemáticas envolvidas na resolução.

Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações matemáticas fundamentais é buscar reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes. E um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.

Assim, para incentivar a construção do conhecimento acreditamos que a formulação e resolução de problemas promovem diferentes tipos de relações entre fatos, objetos, noções e conceitos e que podem modificar comportamento e contribuir para a utilização do novo conhecimento em diferentes situações, trabalhando na superação das fronteiras disciplinares.

5. Agradecimentos

Agradecemos à FAPEMIG e à CAPES ligadas ao projeto intitulado “Concepção e Prática de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Triângulo Mineiro em Relação à Matemática e à Estatística” - Edital 13/2012 – Educação Básica – Parceria FAPEMIG/CAPES - Processo N. CHE – APQ-03516-12 e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo financiamento do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID que propiciou o desenvolvimento deste trabalho, bem como à Universidade Federal do Triângulo Mineiro – UFTM e às escolas parceiras.

6. Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. *Matrizes de Referência de Matemática da 5º ano do Ensino Fundamental*, 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/32>>. Acesso em: 11 jan. 2015.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. *Matrizes de Referência de Matemática da 5º ano do Ensino Fundamental*. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/32>>. Acesso em: 11 jan. 2015.

_____. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática*. Brasília: Ministério da Educação, 1997. v. 3.

CANEN, A. *Avaliação da aprendizagem em sociedades multiculturais*. Rio de Janeiro: Papel & Virtual, 1999.

CARPENTER, T.; MOSER, J. The development of addition and subtraction problem solving skill. In: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROSEMBERG, T. (Org.). *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1982.

CHAMORRO, M. C. (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación, 2003.

DAVID, M. M.; MACHADO, M. P. Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em Matemática. *Revista da Associação de professores de Matemática*, Lisboa, n. 40, p. 25-29, nov. 1996.

GONZÁLEZ REY, F. *Epistemología cualitativa y subjetividad*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación, 1997.

_____. *Investigación cualitativa en Psicología*. México: Internacional Thomson, 2000.

_____. *Sujeito e subjetividade*. São Paulo: Pioneira, 2003.

_____. *Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação*. São Paulo: Pioneira, 2005.

_____. *Psicoterapia, subjetividade e pós-modernidade: uma aproximação histórico-cultural*. São Paulo: Thomson, 2007a.

_____. As categorias de sentido, sentido pessoal e sentido subjetivo: sua evolução e diferenciação na teoria histórico-cultural. *Psicologia da Educação*, São Paulo, n. 24, 2007b. p. 155-179.

_____. *El pensamiento de Vigotsky: contradicciones, desdoblamientos y desarrollo*. México: Trillas, 2011.

_____. A configuração subjetiva dos processos psíquicos: avançando na compreensão da aprendizagem como produção subjetiva. In: MARTINEZ, A. M. B.; SCOZ, J. L.; CASTANHO, M. I. S. (Orgs.). *Ensino e aprendizagem: a subjetividade em foco*. Brasília: Liber Livro, 2012. p. 21-41.

JUSTO, J. C. R.; SANTOS, J. F. dos; BORGA, M. F.; REBELO, K. S. Desempenho de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental na resolução de problemas aditivos e multiplicativos. In: Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 14., 2015, Tuxtla Gutierrez. *Anais... Tuxtla Gutierrez (Mexico): Universidad del Valle de México UVM, 3 a 7 de maio de 2015*. p. 1-12.

LUCKESI, C. C. O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem? *Pátio*, Rio Grande do Sul, n.12, p. 6-11, fev./mar. 2000.

NUNES, T. et al. Educação Matemática: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

_____. *Paper 4: Understanding relations and their graphical representation. Key understanding in mathematics learning*. London: Nuffield Foundation, 2007. p. 1-37. Disponível em: <<http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/P4.pdf>>. Acesso em: 9 fev. 2016.

PINTO, V. *Formação matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da Aritmética*. 2010. 174 f. Dissertação (Ensino das Ciências na Educação Básica. Área de Concentração: Matemática) - Universidade do Grande Rio, Rio de Janeiro, 2010.

REBELO, K. da S.; POÇAS, M.; JUSTO, J. C. R. Resolução de problemas matemáticos: qualificando o professor do ensino fundamental para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. *Revista de Iniciação Científica da ULBRA*, Canoas, n. 10, p. 73-79, 2012.

RILEY, M. S.; GREENO, J. G.; HELLER, J. I. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: GINSBURG, H. (Ed.). *The Development of Mathematical Thinking*. New York: Academic Press, 1983