

O WINPLOT NO ENSINO DA ÁLGEBRA LINEAR: UM RECURSO MOTIVADOR NA ABORDAGEM DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES PLANAS

Resumo:

Com este minicurso pretende-se explorar e investigar algumas propriedades das *Transformações Lineares Planas*, conteúdo abordado na disciplina de Álgebra Linear. Para tal, utilizar-se-á, enquanto recurso metodológico, o *Winplot*, que é um *software* matemático gratuito, de fácil manuseio, e possibilita que haja a exploração geométrica de uma transformação do plano, por meio da ferramenta *Mapeador*. Sua escolha se justifica pelo fato de o mesmo ter uma interface bastante didática e dinâmica, além de possuir comandos para trabalhar com esse conteúdo, podendo, portanto, auxiliar o professor em suas aulas bem como facilitar a compreensão e capacidade de absorção do aluno. Em suma, objetiva-se mostrar a possibilidade de se inserir metodologias alternativas no processo ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, tendo em vista os conceitos abstratos das *Transformações Lineares Planas*, que são a ênfase dessa proposta.

Palavras-chave: Álgebra Linear; Transformações Lineares Planas; *Winplot*.

1. Introdução

O ensino de Álgebra Linear tem passado por uma defasagem nos últimos anos. Autores como Boldrini (1980); Lopes, Nieto, Silva (2007); Cassanova, Lehmann, Ribeiro, Rosa (2009) assinalam que um dos fatores principais dessa problemática é a necessidade de aplicações contextuais dos conceitos dessa disciplina, o que faz com que os alunos considerem-na muito abstrata e complexa e, conseqüentemente, não tenham um aprendizado significativo da mesma.

Embora os professores tenham consciência das dificuldades que permeiam o processo ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, reconhecendo a importância e necessidade da utilização de metodologias alternativas que possam conduzir a uma prática pedagógica mais efetiva no que tange aos anseios e expectativas dos alunos, continuam a exercer a mesma prática docente, caracterizada pelo uso excessivo de conceituação, mas pouquíssimas aplicações contextuais.

Lima (1999) reforça essa visão ao afirmar que no ensino da Matemática é imprescindível priorizar a articulação entre três componentes indissociáveis: *conceituação*, *manipulação* e *aplicação*, sendo necessária uma dosagem equilibrada de cada um deles, para que não haja omissão de um em detrimento dos demais; como houve nas décadas de 60 e 70 durante o movimento da Matemática Moderna, em que a *conceituação* sobrepôs-se aos outros dois componentes, corroborando para a defasagem no ensino da Matemática por inviabilizar

as

manipulações e não contemplar as *aplicações* necessárias a uma aprendizagem sólida. Mais precisamente, esse autor explica que:

“Da dosagem adequada de cada um desses três componentes depende o equilíbrio do processo da aprendizagem, o interesse dos alunos e a capacidade que terão para empregar, futuramente, não apenas as técnicas aprendidas nas aulas, mas, sobretudo o discernimento, a clareza das ideias, o hábito de pensar e agir ordenadamente, virtudes que são desenvolvidas quando o ensino respeita o balanceamento dos três componentes básicos. Eles devem ser pensados como um tripé de sustentação: os três são suficientes para assegurar a harmonia do curso e cada um deles é necessário para o seu bom êxito.” (LIMA, 1999, p.1).

Em contrapartida, no ensino de Álgebra Linear, a ênfase maior tem sido dada à *conceituação*. O professor prioriza os conceitos, que, muitas vezes, tornam-se enfadonhos e inconcebíveis ao aluno, em virtude de seu teor abstrato. A *manipulação* geralmente ocorre com a resolução de exercícios, em que a teoria é amplamente empregada, mas, sem eficácia, uma vez que os alunos não têm uma apropriação adequada dos conceitos necessários para tal, enquanto que, as aplicações costumam ser omitidas e, quando acontecem, não são tratadas de modo a proporcionar uma interação flexível entre teoria e prática. Dessa forma, os alunos sentem dificuldades para aprender os conceitos, para manipulá-los e, sobretudo, para aplicá-los em um contexto mais específico.

Com base nesses pressupostos teóricos, podem-se elencar alguns fatores que são corroborantes para a defasagem no ensino de Álgebra Linear: a ausência de metodologias de ensino diferenciadas que proporcionem aos alunos a compreensão sólida dos conceitos abstratos dessa disciplina; a necessidade de aplicações contextuais desses conceitos visando-se articular teoria e prática; a valorização conjunta do tripé “conceituação, manipulação e aplicação” na exposição dos conteúdos dessa disciplina.

Sendo assim, a fim de que um curso introdutório de Álgebra Linear tenha êxito em seu desenvolvimento, o professor deve pensá-lo a com vistas à integração desses fatores, uma vez que eles se complementam naturalmente, permitindo que haja a correlação entre teoria e prática, o que é essencial ao ensino de qualquer disciplina. Ademais, as metodologias a serem adotadas desempenham papel precípuo nesse processo, tendo de ser escolhidas criteriosamente, de modo que não haja a escolha de uma metodologia não condizente com o conteúdo abordado, o que não vai fazer efeito nem tampouco impulsionar a mudança desejada.

Portanto, é preciso buscar por metodologias de ensino inovadoras, que visem dar um significado consistente à construção do conhecimento matemático e consubstanciem-se como uma ferramenta didática na abordagem dos conceitos abstratos dessa disciplina, de modo a

promover a compreensão clara dos alunos, suscitando o senso crítico para a gama de situações em que esses conceitos se fazem presentes e podem ser aplicados, mostrando-lhes, portanto, uma utilidade prática dos mesmos.

É nesta perspectiva que diversos pesquisadores e teóricos vêm defendendo o uso de novas metodologias no ensino da Matemática. Beatriz D'Ambrósio (1989), em seu artigo *Como ensinar Matemática hoje* pontua sobre algumas tendências que têm sido consolidadas no campo da Educação Matemática: *Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, História da Matemática, Uso de computadores e Jogos Matemáticos*. A autora faz um apanhado de cada uma das tendências, explicando a importância que cada um deles tem no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

No ensino de Álgebra Linear, em especial, vemos o uso do computador e das tecnologias computacionais enquanto recurso metodológico na abordagem de alguns conceitos abstratos. Dentre os diversos estudos disponíveis sobre a utilização de *softwares* matemáticos no ensino de AL, citamos trabalhos recentes de Cassanova et al. (2009), que exploram as transformações lineares planas por meio do *software Winplot*, e Richit et al. (2013), que apresentam uma articulação entre Álgebra Linear e tecnologias digitais por meio do *software GeoGebra*.

Ambos autores apontam para a importância e necessidade de se trabalhar com ferramentas computacionais aplicadas à Álgebra Linear, notando-se o potencial didático que estas ferramentas podem oferecer no que diz respeito a melhorias no processo ensino-aprendizagem dessa disciplina, tanto da parte do professor, no repensar de sua prática pedagógica, quanto do aluno, no que tange a uma aprendizagem mais significativa.

Assim, ancorados nos estudos realizados, bem como na experiência que temos com a utilização de ferramentas computacionais em nossa prática docente, percebemos que, na busca por métodos e objetos favoráveis ao processo ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, uma metodologia alternativa (mas não única) consiste na utilização de *softwares* matemáticos.

Com o emprego desta ferramenta computacional às aulas de AL, é possível fomentar um espaço de investigação colaborativa entre aluno e professor, tornando-se, destarte, mais dinâmica e elucidativa a abordagem dos conceitos abstratos dessa disciplina. É, portanto, à luz desse viés que direcionamos o presente minicurso, delimitando a nossa abordagem ao conteúdo de *Transformações Lineares Planas* por meio do *software* matemático *Winplot*, que será melhor apresentado na próxima seção.

2. O Winplot no ensino de Matemática

O *Winplot* é um aplicativo matemático que foi desenvolvido pelo professor Richard Parris, da *Philips Exeter Academy*, em 1985. (Uma versão pode ser encontrada *on-line* no sítio: <<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>>). Com comandos e uma interface gráfica relativamente simples, além de várias opções de ajuda, este aplicativo permite a criação de gráficos em duas e três dimensões, desde que sejam dadas as suas equações matemáticas.

Para gráficos em duas dimensões, é possível calcular os zeros de equações, realizar diversas operações com funções, etc. Já em três dimensões, tem-se comandos de integração, representação gráfica de funções tridimensionais, divisão de superfícies, entre outras. Em suma, é possível manipular qualquer função matemática e explorar o seu gráfico. Especialmente, no ensino de Álgebra Linear, o *Winplot* pode ser utilizado na abordagem do conteúdo *Transformações Lineares Planas*, através da ferramenta chamada *Mapeador*.

3. Objetivos

3.1 Geral

- ❖ Propor uma metodologia diferenciada para o processo ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, através do *software* matemático *Winplot*, tendo em vista a abordagem do conteúdo *Transformações Lineares Planas*.

3.2 Específicos

- ❖ Explorar e investigar os tipos de *Transformações Lineares Planas* utilizando-se a ferramenta *Mapeador*, do *Winplot*, buscando-se confirmar as suas propriedades fundamentais a partir da análise e interpretação gráficas;
- ❖ Verificar a efetividade e potencialidade pedagógicas das ferramentas computacionais do *software* matemático *Winplot* na didatização dos conceitos abstratos da Álgebra Linear, em particular, no que tange às *Transformações Lineares Planas*.
- ❖ Possibilitar ao aluno uma melhor compreensão acerca dos conceitos das *Transformações Lineares Planas*, por meio do *Winplot*;
- ❖ Propiciar ao professor mais uma ferramenta didática para se trabalhar conceitos das *Transformações Lineares Planas* em sua prática docente, por meio do *Winplot*.

4. Participantes e requisitos mínimos

O público alvo consiste de alunos dos cursos de Matemática (bacharelado e licenciatura); Engenharias, Economia e áreas afins, preferencialmente, aqueles que já tenham feito um curso introdutório de Álgebra Linear, bem como os alunos que estão cursando-a. O requisito mínimo é que os alunos já tenham cursado Geometria Analítica, em que se faz estudo da Álgebra de vetores. De grande relevância é, também, a participação de professores de Matemática que lecionem essa disciplina no ensino superior, professores do ensino básico, e pesquisadores da Educação Matemática. Ao todo, serão disponibilizadas 20 (vagas) para este minicurso.

5. Recursos didáticos

Os recursos utilizados para a aplicação do minicurso serão: *software Winplot*, fichas impressas com as atividades propostas, *slides* explicativos e demonstrativos (de responsabilidade dos ministrantes); 20 (vinte) computadores; retroprojeter; apagador; pinceis de quadro branco, quadro branco. Utilizaremos o Laboratório de Informática da instituição.

6. Descrição do minicurso e das atividades propostas

A duração do minicurso compreende um total de três horas. Preferimos não definir um tempo para a realização de cada uma das atividades a que nos propusemos. A abordagem, portanto, segue uma sequência didática. Os ministrantes começarão introduzindo os conceitos necessários para o desenvolvimento do minicurso, tais como: álgebra de vetores, espaços vetoriais e transformações lineares. *A posteriori*, será apresentado aos participantes o *software Winplot*, salientando-se as funcionalidades referentes ao conteúdo abordado. Dar-se-á continuidade às atividades havendo, sempre que necessária, a intervenção dos ministrantes. As atividades propostas são especificadas abaixo.

Atividades Propostas

Serão propostas quatro atividades. Na primeira, busca-se apresentar o conceito e definição de uma transformação linear de um modo geral, enfatizando-se as transformações do plano. Nesta atividade não será utilizado o *software*, pois o objetivo é apenas introduzir o conceito de transformação linear. As demais atividades fomentam um ambiente de

investigação sobre alguns tipos de transformação lineares do plano (reflexão, contração, dilatação, rotação, etc.), por meio de representações gráficas no *Winplot*. Utilizando-se a ferramenta *Mapeador*, levantaremos conjecturas acerca dos tipos de transformações lineares planas para, em seguida, avançar na formalização e generalização destas.

Devido ao tempo previsto à realização do minicurso, as aplicações expostas estão limitadas à resolução de problemas dentro da própria Álgebra Linear e/ou Geometria Analítica. Propusemos dois problemas que ilustram os conceitos de transformação linear.

O primeiro é uma aplicação de transformação linear no modelo de uma função que expresse a *quantidade de óleo extraída (em litros) por quilograma de cereal segundo um determinado processo*. Com este problema pretende-se associar o conceito de função ao de transformação linear, trabalhar com domínios que são espaços vetoriais, e apresentar um tipo especial de transformação linear, que são os funcionais lineares.

Um aspecto explorado será a natureza algébrica de uma transformação linear definida em espaços vetoriais de dimensão maior que três. Objetiva-se mostrar aos participantes, que, apesar de não se ter uma representação geométrica para tais espaços, é perfeitamente concebível trabalhar com a natureza algébrica dos objetos definidos nos mesmos, como será visto na solução do problema abordado.

Já o segundo problema trata-se de uma aplicação da transformação linear *rotação do plano* na determinação dos vértices de um triângulo, usando a ideia de matriz-rotação. Far-se-á a representação gráfica e uma animação da solução obtida no *Winplot*. A finalidade desta aplicação está no fato de mostrar ao aluno que na Matemática um problema pode ser resolvido por diferentes caminhos. Ainda, na solução apresentada, ressalta-se a utilização da Álgebra Linear na resolução de problemas da Geometria Analítica, bem como tais áreas se inter cruzam em relação ao conteúdo de transformações lineares planas.

Especificamente, com as atividades propostas serão exploradas situações do tipo:

- ❖ O que é uma *Transformação Linear*? Quando uma função é ou não *Transformação Linear*;
- ❖ O que são *Transformações Lineares Planas*? Conceitos, definições, exemplos e propriedades;
- ❖ Esboço e visualização de gráficos de *Transformações Lineares Planas* no *Winplot*;
- ❖ Investigando a propriedade fundamental das *Transformações Lineares Planas* através do *Winplot*;

- ❖ Aplicações contextuais das *Transformações Lineares Planas*: Resolvendo problemas de Geometria Analítica a partir da matriz-rotação no *Winplot*.

7. Referências

- BOLDRINI, José Luiz, et al. **Álgebra Linear**. 3. ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas & Debates, Brasília, v. 2, n. 2, 1989. Disponível on-line em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf. Acesso em 29 de março de 2016.
- LIMA, Elon Lages. **Conceituação, manipulação e aplicação: os três componentes do ensino de Matemática**. Revista do Professor de Matemática. São Paulo, n.41, 1999. Disponível on-line em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/20082/pdf/rpm41.pdf>. Acesso em 11 de março de 2016.
- NIETO, S. S.; LOPES, Célia Mendes Carvalho; SILVA, A. F.. **Tensões: Uma Aplicação de Álgebra Linear para Alunos de Engenharia**. In: XXXV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2007, Curitiba. Educação, Mercado e Desenvolvimento: Mais e Melhores Engenheiros. Curitiba: Positivo, 2007. Disponível on-line em: www.mackenzie.br/.../2007cobenge_tensoes_algebra_linear_1_.pdf. Acesso em 11 de março de 2016.
- RIBEIRO, I.G., et al. **Explorando as transformações lineares no plano, através do software WINPLOT**. Revista TECCEN, v.2, p.10-20, 2009. Disponível on-line em: <http://www.uss.br/pages/revistas/revistateccen/V2N22009/ArtigoWinplotROSA.pdf>. Acesso em 11 de março de 2016.
- RICHT, A.; FARIAS, M. M. R.; Miskulin, R.G.S; CABRAL, L. F.. **Articulação entre Álgebra Linear e Tecnologias Digitais: Perspectivas de exploração Matemática no Software GeoGebra**. In: VII Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, 2013, Montevideo. Actas do VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática. Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay, 2013. v. 1. p. 503-510. Disponível on-line em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/549.pdf>. Acesso em 29 de março de 2016.