

UTILIZANDO A METODOLOGIA DE ENSINO ATRÁVES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

*Charles Bruno da Silva Melo¹
E.E.E.M Gastão Bragatti Lepage
xarlesdemelo@yahoo.com.br*

*Eleni Bisognin²
Centro Universitário Franciscano
eleni@unifra.br*

Resumo:

O trabalho teve por objetivo investigar as contribuições que a Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas propicia para o ensino e aprendizagem de progressão geométrica. Os participantes foram alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual em Candelária/RS. A pesquisa qualitativa, teve como instrumentos: observação participante, diário de campo do pesquisador e análise dos registros dos alunos. As atividades em sala de aula seguiram os passos da Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2009), sendo que foram organizadas visando a construção do conceito de progressão geométrica, tendo como referencial a teoria de Imagem de Conceito e Definição de Conceito de Tall e Vinner (1981). Os resultados da pesquisa indicam que essa metodologia contribuiu para o aumento da capacidade de argumentação, estabelecimento de relações entre as situações e representações matemáticas, aprendizagem dos alunos a partir dos erros e acertos analisados na plenária e um trabalho colaborativo.

Palavras-chave: Progressão Geométrica; Resolução de Problemas; Imagem de Conceito; Definição de Conceito; Ensino e Aprendizagem de Matemática.

1. Introdução

No presente trabalho, apresenta-se resultados de uma pesquisa, de natureza qualitativa, cujo objetivo foi investigar as contribuições que a Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas oferece para os processos de ensino e aprendizagem de progressão geométrica.

A escolha do tema baseou-se no fato de que os alunos apresentam dificuldades relacionadas a esse conteúdo. Isso se dá porque, geralmente, os conteúdos são desenvolvidos de forma estanque, engessados numa visão técnica sem a preocupação com o pensar matemático, além da falta de contextualização.

Além disso, o conceito é normalmente transmitido pelos professores na forma de definições, exemplos e exercícios, em que o aluno memoriza fórmulas da mesma maneira que

¹ Mestre em Ensino de Matemática e professor da Educação Básica.

² Doutor em Matemática e Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS.

é vista nos livros didáticos.

Neste trabalho procurou-se oportunizar aos alunos situações problema para construção de imagens de conceito sobre progressão geométrica tendo como referencial a teoria de Tall e Vinner (1981), sobre “imagem de conceito” e “definição de conceito”. Como metodologia de ensino, para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, foi utilizada a Resolução de Problemas para possibilitar ao aluno construir o pensamento matemático por meio da experimentação, da observação, do questionamento, e da própria reflexão de forma colaborativa com os colegas.

Para isso, foi realizada uma experiência de ensino com alunos de uma turma de segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Candelária/RS, na qual o primeiro autor atua como professor. Os dados foram coletados a partir das estratégias utilizadas pelos alunos nas soluções apresentadas por eles durante o desenvolvimento das atividades e dos registros dos questionamentos e discussões realizados em sala de aula.

2. Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas

A prática de resolver problemas sempre esteve relacionada historicamente a diversas áreas do conhecimento, porém somente nas últimas décadas vem sendo utilizada pelos educadores matemáticos.

Problemas têm ocupado um lugar central no currículo da matemática escolar desde a Antiguidade, mas resolução de problemas não. Somente recentemente, educadores matemáticos têm aceitado a ideia de que o desenvolvimento de habilidades em resolver problemas merece atenção especial. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 1)

A prática de trabalhar problemas no currículo escolar podem ser encontrados nas antigas civilizações, como a babilônica, a egípcia e a grega. Corroborando ainda com Stanic e Kilpatrick (1989, p. 8), desde Platão tem-se a ideia de que, estudando Matemática, aprimora-se a capacidade de pensar, de raciocinar e de resolver problemas do mundo real. Para os autores, os problemas foram um elemento do currículo que contribuíram para o desenvolvimento do raciocínio.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais assinalam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos objetivos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida e discutem caminhos para a Matemática na sala de aula.

Não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou

que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 2000, p.52).

A partir dessas concepções, Onuchic e Allevato (2009) utilizam para o trabalho em sala de aula a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para isso apresentam nove etapas para organizar as atividades ao colocar em prática essa metodologia.

- Selecionar e/ou criar um problema visando à construção de um novo conceito.
- Leitura do problema individualmente.
- Leitura em conjunto do problema.
- Os alunos buscam resolver o problema.
- Observar e incentivar por parte do professor.
- Explicação das respostas dos alunos para o problema na lousa.
- Plenária.
- Busca do consenso sobre o resultado correto.
- Formalização do conteúdo pelo professor.

Assim, o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de um conteúdo matemático começa com um problema que apresenta aspectos-chave e técnicas matemáticas que devem ser desenvolvidas na busca por respostas ao problema dado. A avaliação do conhecimento dos alunos é feita continuamente durante a resolução do problema.

A Metodologia Ensino através da Resolução de Problemas também propicia que os alunos sejam investigadores perante uma situação, um problema, de forma a compreender e questionar.

Os alunos investigam quando buscam, usando seus conhecimentos já construídos, descobrir caminhos e decidir quais devem tomar para resolver o problema, trabalhando colaborativamente, relacionando ideias e discutindo o que deve ser feito para chegar à solução. (ONUCHIC, 2008, p. 83)

A utilização dessa metodologia vai ao encontro das finalidades previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) para o que se espera do aluno do Ensino Médio, cujos objetivos são: compreender os conceitos, procedimento e estratégias matemáticas; aplicar seus conceitos matemáticos a situações diversas; analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes; desenvolver a capacidade de raciocínio e

resolução de problemas; utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas; expressar-se oral escrita e graficamente em situações; estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos; reconhecer representações diferentes de um mesmo conceito e o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Essa metodologia gera o debate, a interação e a descoberta por parte do aluno, sem que ele seja refém de fórmulas e soluções sugeridas pelo professor, desenvolvendo uma aprendizagem com significado.

3. Imagem de Conceito e Definição de Conceito

Os termos “imagem de conceito” e “definição de conceito”, desenvolvidos por David Tall e Shlomo Vinner, indicam que grande parte dos conceitos que se emprega cotidianamente nem sempre estão formalmente definidos. Primeiramente, aprende-se a reconhecê-los por meio da experiência e a empregá-los em contextos apropriados.

Com relação à construção de conceitos matemáticos, normalmente, o professor faz uso exclusivo de definições formais, o que, segundo Vinner (1983), pode causar problemas na aprendizagem do aluno.

Em se tratando de um conceito matemático, Tall e Vinner (1981), afirmam que este não deve ser introduzido ou trabalhado tendo como referência única a sua definição formal. Os autores afirmam que para a definição formal ser plenamente compreendida pelo aluno, é preciso que ocorra uma familiarização precedente com o conceito em questão, desenvolvida a partir de uma exploração tendo como base impressões e experiências variadas.

Para Tall e Vinner (1981), conceito é como um símbolo ou nome que auxilia na sua manipulação mental. Porém a estrutura cognitiva que envolve um conceito é bem mais ampla que apenas a manipulação de um nome. Os pesquisadores utilizam o termo “imagem de conceito” para descrever a estrutura cognitiva ligada a um determinado conceito e a definem:

Usaremos o termo imagem de conceito para descrever a estrutura cognitiva total associada a este conceito, que inclui todas as figuras mentais, propriedades e processos associados. Ela é construída ao longo dos anos por meio de experiências de todos os tipos mudando enquanto o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece.” (TALL e VINNER 1981, p. 152)

Portanto, por exemplo, a imagem de conceito de um aluno sobre um objeto matemático pode englobar diferentes características. Conforme os autores, essa imagem sofre modificações de acordo com as experiências vivenciadas pelo aluno no que diz respeito ao

conceito desse objeto. Essas experiências ocorrem sob a forma de problemas propostos, questões a serem respondidas e toda atividade desenvolvida pelo indivíduo.

Sendo assim, é fundamental que se coloque o aluno em contato com diferentes tipos de representações e elementos sobre determinado objeto matemático, para que ele possa formar uma imagem de conceito rica, além de propiciar um significado mais claro para a formalização de um conceito.

A interação entre os diferentes tipos de representação propicia um entendimento matemático mais profundo sobre os conceitos. Quando a imagem de conceito de um estudante se torna mais ampla, ele adquire uma concepção mais rica e abrangente do conceito matemático (ATTORPS, 2006, p. 111).

Conforme Escarlate (2008, p. 20), os elementos que colaboram para a formação de imagens de conceito podem ser “figuras, tabelas, diagramas, gráficos ou qualquer outro objeto matemático de natureza visual ou não, desde que esteja relacionado de alguma forma com o conceito em questão para o indivíduo.” O autor acrescenta ainda que existem muitos outros atributos nesse processo e isso irá depender do tipo de “experiências que o indivíduo terá e de como ele irá interagir com dada abordagem sobre o assunto” (ESCARLATE, 2008, p. 21).

Tall e Vinner (1981) chamam de fatores de conflito potencial as oposições entre as imagens que um indivíduo traz consigo ou em relação a essas imagens e novos conceitos a ele apresentados, no qual destacam, ainda, a ideia de imagem de conceito evocada como uma parte da imagem de conceito que é ativada num momento particular.

Dessa maneira, fica evidente que a imagem de conceito é uma particularidade subjetiva de um indivíduo, não fazendo sentido falar em imagem ligada a determinado conceito de maneira geral. Segundo os autores, a aprendizagem da definição formal de um conceito requer o estímulo e o desenvolvimento anterior de uma imagem de conceito que seja essencialmente rica.

Sobre definição de conceito os autores colocam que ela é determinada como,

[...] uma reconstrução pessoal feita pelo estudante. É então o tipo de palavras que o estudante usa para sua própria explanação de seu conceito imagem. Se os conceitos definição lhe são dados ou construídos por si mesmo, podem variar de tempo em tempo. Dessa maneira, um conceito definição pessoal pode ser diferente de um conceito definição formal, este último sendo um conceito definição que aceito pela comunidade matemática (TALL e VINNER, 1981, p. 153).

Esta sentença pode tanto ser meramente decorada como aprendida de forma mais significativa pelo aluno. Pode também ser uma construção pessoal do próprio aluno, ou seja, uma forma de palavras usadas por ele para explicar o conceito do seu ponto de vista,

utilizando para isso sua imagem de conceito. Assim, a definição de conceito pode ou não coincidir com a definição formal correspondente.

A teoria exposta sinaliza que a compreensão adequada de uma definição formal demanda uma imagem de conceito bem construída. Giraldo (2004) comenta que:

Da mesma forma que uma definição de conceito (mesmo uma que corresponda a definição formal) sem uma imagem de conceito rica poderia ser inútil; uma imagem de conceito rica sem uma definição de conceito adequada pode ser traiçoeira. Uma definição de conceito inconsistente com a definição formal não é necessariamente parte de uma imagem de conceito pobre ou inconsistente; nem uma imagem de conceito pobre necessariamente inclui uma definição de conceito incorreta. Em resumo, uma definição de conceito consistente com a definição formal, uma imagem de conceito rica e uma imagem de conceito consistente são fenômenos mutuamente independentes. Assim sendo, esta teoria sugere que a abordagem pedagógica para um conceito matemático deve objetivar não somente a compreensão da definição formal, mas também o enriquecimento das imagens de conceito desenvolvidas pelos estudantes. (p. 18).

Nesse trabalho são apresentadas situações-problema que propiciam ao aluno diferentes representações que favorecem a construção de imagens de conceito de progressões geométricas.

4. Metodologia de Pesquisa

A partir do embasamento teórico, foram elaboradas atividades que tinham como propósito construir o conceito de progressão geométrica.

A pesquisa foi aplicada em uma turma de 23 alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual, do município de Candelária/RS. Os alunos foram agrupados em cinco grupos, nomeados pelas cinco vogais, A, E, I, O e U.

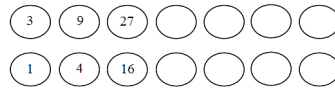
Após a realização de cada atividade foi reservado um espaço para discutir e socializar as respostas dadas nas questões propostas, fazendo com que cada grupo expusesse e sanasse eventuais dúvidas ainda existentes de acordo com os passos preconizados pela Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas. O levantamento de dados deu-se a partir dos registros feitos pelo professor e pelos registros das atividades desenvolvidas pelos alunos.

5. Análise dos resultados

A primeira atividade tinha por objetivo introduzir o conceito de progressões geométricas.

Atividade 1 - Observe as sequências numéricas e preencha os círculos vazios.

Figura 1: atividade 1



Fonte: os autores

a) Como se obtêm os próximos termos das sequências? Explique.

b) Qual será o 10º elemento de cada sequência?

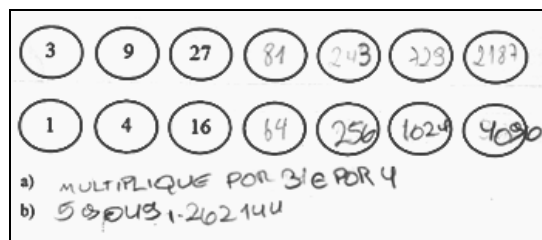
c) Essas sequências têm o mesmo comportamento que as progressões aritméticas? Justifique.

Nessa etapa da resolução, foi possível averiguar que muitos grupos buscavam encontrar o padrão característico de uma progressão aritmética. Esse fato pode ser entendido como um fator de conflito potencial conforme afirmam Tall e Vinner (1981), pois as imagens conceituais construídas pelos alunos anteriormente estavam sendo colocadas em oposição a novos conceitos.

Posteriormente, os grupos chegaram à conclusão que os padrões envolvidos estavam relacionados a uma multiplicação. Também foi possível analisar que grande parte dos alunos construiu o conceito de razão, pois ao se referir ao padrão que era sempre multiplicado, nomearam de razão. Essa constatação realizada pelos alunos foi notada durante a realização da plenária feita de forma colaborativa oralmente.

Como já tinham identificado o padrão e completado os círculos, os alunos deveriam, agora, determinar o 10º termo da sequência estabelecida. Os grupos usaram a mesma estratégia, na qual foram multiplicando a razão até chegar ao termo pedido, de acordo com o registro do grupo E na Figura 2.

Figura 2: Registro do grupo E para as letras a e b



Fonte: os autores

Para terminar essa atividade, foi questionado se essa sequência tinha o mesmo comportamento de uma progressão aritmética. Os alunos justificaram que não, pois nesse caso ia se multiplicando a razão e na progressão anterior era sempre adicionada essa razão ao termo anterior. Nessa questão foi possível notar que os alunos tiveram que mobilizar parte de

uma imagem de conceito construída anteriormente, ou seja, uma imagem de conceito teve que ser evocada como define Tall e Vinner (1981), para que os alunos pudessem diferenciar as progressões.

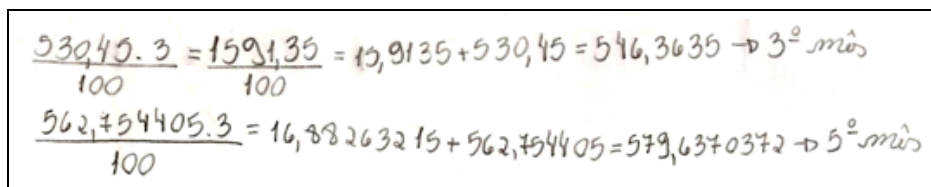
A Atividade 2, a seguir, propicia ao aluno ir mais longe na construção do conceito de progressão geométrica.

Atividade 2 - Carlos fez um empréstimo de R\$ 500,00 para pagar em 6 meses com uma taxa de juros de 3% ao mês no regime de juros compostos.

- Qual o valor da parcela a ser paga no 3º mês? E no 5º mês?*
- Construa uma tabela que mostre o valor que será pago cada mês.*
- Essa situação é uma progressão geométrica? Explique.*

Inicialmente se questionou qual seria o valor pago no terceiro e no quinto mês. Quanto ao processo de resolução, os grupos utilizaram como estratégia, o cálculo dos juros até chegar ao mês estabelecido. Na Figura 3 é mostrada a solução apresentada pelo grupo A para a primeira questão.

Figura 3: Resolução apresentada pelo grupo A


$$\frac{530,45 \cdot 3}{100} = \frac{1591,35}{100} = 15,9135 + 530,45 = 546,3635 \rightarrow 3^{\circ} \text{ mês}$$
$$\frac{562,754405 \cdot 3}{100} = 16,88263215 + 562,754405 = 579,6370372 \rightarrow 5^{\circ} \text{ mês}$$

Fonte: os autores

Na plenária, foi estabelecido que nesse caso era necessário que se fizesse o arredondamento dos valores, no qual, R\$ 546,36 seria o valor pago no terceiro mês e R\$ 579,64 no quinto mês.

Na próxima questão era solicitada a construção de uma tabela com o valor que seria pago a cada mês decorrido do empréstimo. Os alunos souberam como estrutura-lá, bem como calcular os juros de cada mês. Nessa questão, os alunos comentaram que a tabela auxiliou na compreensão da situação envolvida. Na Figura 4 é mostrada a tabela de valores construída pelo grupo O, sendo a mesma construída pelos demais grupos.

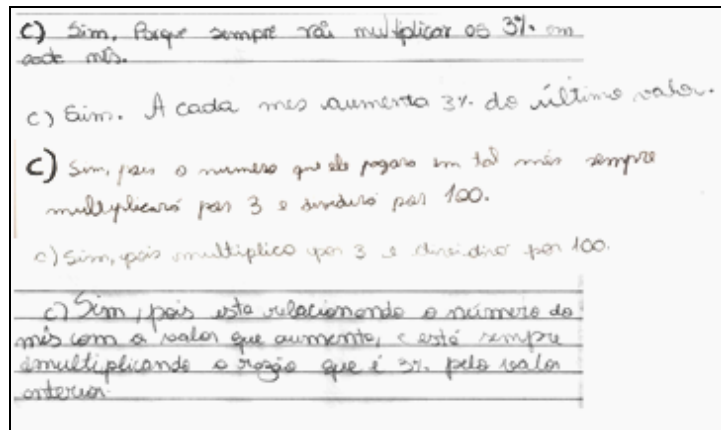
Figura 4: tabela apresentada pelo grupo O

valor	x mês
500	0
505	1
530,45	2
546,36	3
562,45	4

Fonte: os autores

A questão seguinte perguntava se a situação apresentada representava uma progressão geométrica. Todos os grupos afirmaram positivamente, porém nas justificativas durante a plenária, pode-se notar que a maioria dos grupos apresentou um valor numérico que se repetia a cada mês, sem expressar a palavra ‘razão’, como pode ser notado na Figura 5. Esse fato demonstra que os alunos não conseguiram evocar a imagem de conceito relativa à razão, pois só observaram o valor numérico repetido.

Figura 5: registro dos grupos para questão c



Fonte: os autores

A atividade 3 relacionava o conceito de progressão geométrica com o processo de generalização para a construção do termo geral.

Atividade 3 - Um fazendeiro possui 3.645 coelhos. Uma doença alastra-se de modo que, ao final do primeiro dia, há cinco coelhos infectados e o número de coelhos infectados triplica a cada dia.

- Qual a quantidade de coelhos infectados ao final do 10º dia?
- Quantos dias são necessários para que todos os coelhos estejam infectados?
- Escreva a sequência que representa o número de coelhos infectados a cada dia.
- Qual a lei de formação nesse caso?

Foi possível analisar que apenas dois grupos, o grupo A e o U justificaram de forma correta, pois no sétimo dia todos os coelhos já estariam infectados, sendo assim não poderia haver um número de coelhos contaminados no décimo dia. Os demais grupos foram sempre

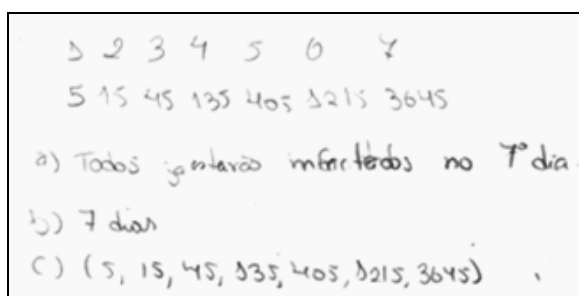
multiplicando o número de coelhos infectados pela razão até chegar ao dia estabelecido. Os alunos que realizaram essa estratégia justificaram que não tinham prestado atenção no número total de coelhos, demonstrando ainda que os alunos estão mais ligados ao fato de calcular, muitas vezes sem analisar a situação apontada.

Como já havia ocorrido à plenária e chegou-se a essa constatação, os alunos logo solucionaram a segunda questão. Nesse caso, todos os grupos foram categóricos ao afirmar que seria necessária uma semana para que o número total de coelhos fosse infectado.

Posteriormente, foi solicitada também a construção de uma sequência que representasse o número de coelhos infectados a cada dia. Nessa questão, os alunos tiveram facilidade em apontar a solução, já que tinham realizado os cálculos anteriormente, bem como uma tabela relacionando essas duas variáveis.

Na Figura 6 são apresentadas as soluções para as questões *a*, *b* e *c* realizadas pelo grupo U e os demais grupos, com a mesma resposta.

Figura 6: solução do grupo U para as questões *a*, *b* e *c*



1	2	3	4	5	6	7
5	15	45	135	405	1215	3645

a) Todos os coelhos infectados no 7º dia
b) 7 dias
c) (5, 15, 45, 135, 405, 1215, 3645)

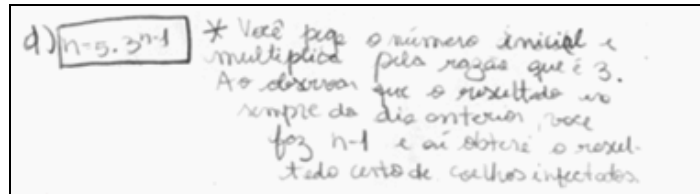
Fonte: os autores

Na sequência, os alunos deveriam estabelecer uma lei de formação para a situação. Na resolução dessa atividade, apenas um grupo teve dificuldades. Os demais disseram, durante a plenária, que nesse caso foi mais simples, pois tinham construído uma tabela para que pudessem visualizar o comportamento da sequência. Justificaram também que a razão era sempre multiplicada pelo termo anterior, e que bastava, então, apenas multiplicar pelo número de coelhos infectados no primeiro dia.

Os alunos se mostraram mais maduros quanto à construção e ao entendimento do comportamento de uma sequência a partir de uma situação. Ficou evidente que eles puderam construir imagens de conceito mais claras e ricas em relação à generalização, de modo que se pôde constatar também que a atividade em grupos foi fundamental para esse processo, uma vez que os alunos trabalham trocando diferentes leituras e percepções envolvidas na situação.

Na Figura 7 é mostrado o registro do grupo A para a construção da lei de formação. Apenas o grupo E não concluiu a questão.

Figura 7: Solução do grupo A para a letra d



Fonte: os autores

6. Considerações Finais

A utilização da Metodologia de Ensino através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic e Allevato (2009) revelou-se eficiente ao longo do trabalho em sala de aula. A utilização dessa metodologia favoreceu a diálogo entre os grupos, propiciou ao professor instigar e desafiar os alunos no desenvolvimento das atividades para construir novos conceitos, organizar os debates, bem como provocar a participação deles em sala de aula. Todo este enlace faz com que o professor se torne um mediador na construção do conhecimento, deixando de ser um mero transmissor.

No início das atividades, alguns alunos questionaram a metodologia utilizada, pois esta exigia que tivessem que pensar e raciocinar constantemente para encontrar a solução, do mesmo modo que sentiram dificuldades em entender o funcionamento da dinâmica. Isto ocorre, pois normalmente, os conceitos são trabalhados a partir de definições, seguido de exemplos e exercícios, na qual o professor apenas transmite o conteúdo. Nessa experiência observou-se que essa ordem foi invertida, ou seja, as definições só foram construídas ao final das atividades, a partir da mobilização de imagens do conceito desenvolvidas a partir da utilização de diferentes representações.

Pode-se inferir, também, que as contribuições dessa metodologia para o ensino e aprendizagem desse conteúdo foram: aumento da capacidade de argumentação durante as discussões; estabelecimento de relações entre as representações matemáticas facilitando a compreensão do significado do conceito de progressão geométrica; possibilidade de os alunos aprenderem a partir do próprio erro e a aprendizagem de trabalho de forma colaborativa.

Os alunos sentiram algumas dificuldades ao trabalharem com essa metodologia, tais como: a interpretação dos enunciados; descrição das estratégias de solução e o uso da linguagem matemática formal. Apesar dessas dificuldades, a maioria dos alunos conseguiu se apropriar dos conceitos trabalhados, portanto, pode-se considerar que a Metodologia de

Ensino através da Resolução de Problemas propiciou que o processo ensino-aprendizagem-avaliação com significado, do conceito de progressão geométrica por meio da construção de imagens de conceito desse conteúdo.

7. Referências

ATTORPS, I. **Mathematics teachers' conceptions about equations**. 2006. (Thesis in Applied Education). University of Helsinki. Disponível em:

<http://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/20050/mathemat.pdf?sequence=1>. Acesso em: 22 out. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)**. 3 ed. Brasília, 2000.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília, 2002.

ESCARLATE, A. C. **Uma Investigação sobre a Aprendizagem de Integral**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

GIRALDO, V. **Descrições e Conflitos computacionais: O Caso da Derivada**. 2004. Tese (Doutorado em Ciências) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas, 1., 2008, Rio Claro. **Anais eletrônicos**. Rio Claro: GTERP, 2008. Disponível em:
< http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf >. Acesso em: 27 dez. 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 55, p. 1-19, 2009.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston: NCTM, 1989. p. 1-22.

TALL, D.; VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. **Educational Studies in Mathematics**, n. 12, p. 151-169, 1981.

VINNER, S. Concept definition, concept image and the notion of function. **International Journal of Education and Technology**, v. 14, n. 3, p. 293-305, 1983.