

LIMITES E DERIVADAS COM O SOFTWARE MATHEMATICA 10.3

Cláudio Firmino Arcanjo
Secretaria de Estado da Educação de Alagoas - SEDUC
cfarcanjo@gmail.com

Resumo:

O estudo dos limites e derivadas tem sido um problema para os estudantes nos primeiros períodos dos cursos de engenharias e cursos afins, me deparei com esses entraves quando lecionei Cálculo I para alguns cursos de engenharias e diante dessas dificuldades comecei a utilizar o software *Mathematica 10.3* em minhas aulas e com isso percebi que os discentes se sentiram mais atraídos pelo assunto, meu objetivo é mostrar que é possível usar um software nas aulas de Cálculo I ou qualquer outra disciplina que envolva Cálculo, parte da carga horária da referida disciplina foi utilizada no laboratório de informática e os resultados foram excelentes.

Palavras-chave: Limites; Derivadas; *Mathematica 10.3*; Aplicação.

1. Introdução

A computação algébrica é um novo meio de aprendizado que une a informática ao ensino da Matemática. Este novo método de ensino das ciências exatas e de Matemática em particular, vem sendo adotado em diversas universidades e ocupa posição de destaque no mundo educacional de países desenvolvidos. As universidades estrangeiras ministram cursos regulares de computação algébrica aos alunos destinados à área de ciências exatas, o que é uma medida clara da importância que o meio científico e tecnológico vem adquirindo neste ramo.

A capacidade de armazenamento de informações, a velocidade de operação e a precisão faz do uso do computador uma ferramenta indispensável em todas as nossas atividades acadêmicas, profissionais e domésticas. Porém, ensinar o aluno somente a operar no computador não garante a melhoria da qualidade do ensino. É de suma importância que nossos estudantes estejam ao menos familiarizados com essa tecnologia, pois, afinal, deles depende o futuro de nossa sociedade. Uma das principais razões do uso do computador na educação é desenvolver o raciocínio e possibilitar situações de resolução de problemas, a fim de desenvolver o pensamento do aluno. O computador não deve ser inserido na educação como uma máquina de ensinar ou uma informatização instrucionista. Deve ser usado como uma informatização construcionista, que permita a reflexão e a construção de ideias, a partir da relação professor, computador e aluno. Devemos levar em conta que o computador não é o

principal referencial do processo de ensino-aprendizagem, mas serve apenas como uma ferramenta auxiliar.

No que se refere ao processo ensino-aprendizagem esse pacote computacional (*Mathematica 10.3*) exerce grande influência no desenvolvimento intelectual dos alunos. Este recurso didático apresenta a facilidade de construção de gráficos de funções e resoluções dos problemas, bem como no aprendizado da montagem das equações a resolver, e da previsão de seu comportamento, e soluções. O software possibilita, além de uma melhor visualização gráfica, a apresentação de tópicos avançados e de suas muitas aplicações práticas. Esta grande ferramenta matemática permite ao estudante uma compreensão mais nítida dos processos e potencialidades do Cálculo Diferencial e Integral, auxiliando-o em seus estudos.

Esse potente pacote computacional (*Mathematica 10.3*) não é restritivo ao Cálculo Diferencial e Integral, pois também se aplica em diversas áreas da Matemática, Física, Engenharia, etc... Outros tópicos básicos relacionados com Matemática que podem ser abordados facilmente são: Álgebra Linear, Equações Diferenciais, Séries Infinitas, etc.

"A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens."

(Descartes)

2. Limites – noção intuitiva

O Cálculo Diferencial lida com derivadas e o Cálculo Integral lida com integrais. Derivadas e integrais são definidos em termos de limites. Portanto, a operação fundamental do Cálculo é a de limite. A princípio vamos considerar a função $f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$. Nesta introdução vamos mostrar como calcular o limite (usando o comando `Limit`) e plotar seu gráfico(usando o comando `Plot`) no software *Mathematica 10.3*. A sintaxe básica do comando `Limit` do software *Mathematica 10.3* é `Limit[expr, x → x0]`, encontra o valor limite de `expr` quando `x` se aproxima de `x0`.

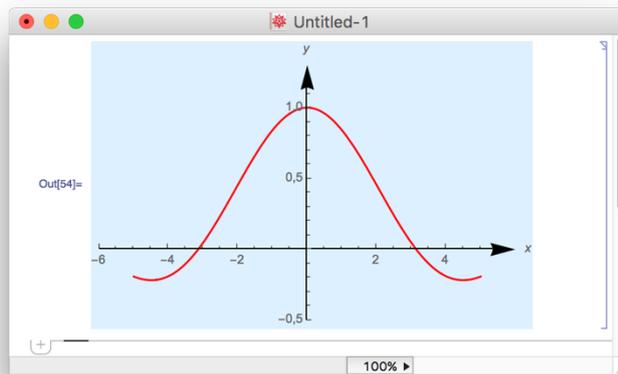


Gráfico da função $f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$ produzido com o software *Mathematica 10.3*.

3. Limites laterais

O comando *Limit* possui a opção *Direction* (Direção) que permite especificar o limite segundo uma dada direção no plano cartesiano. Para funções reais de uma variável real, *Direction* $\rightarrow 1$ significa aproximação na direção do vetor $\{1, 0\}$, o que corresponde a um limite à esquerda. Analogamente, a opção *Direction* $\rightarrow -1$ indica aproximação na direção do vetor $\{-1, 0\}$, correspondendo a um limite à

direita. Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < 1 \\ -1, & x = 1 \\ 3 - x, & x > 1 \end{cases}$.

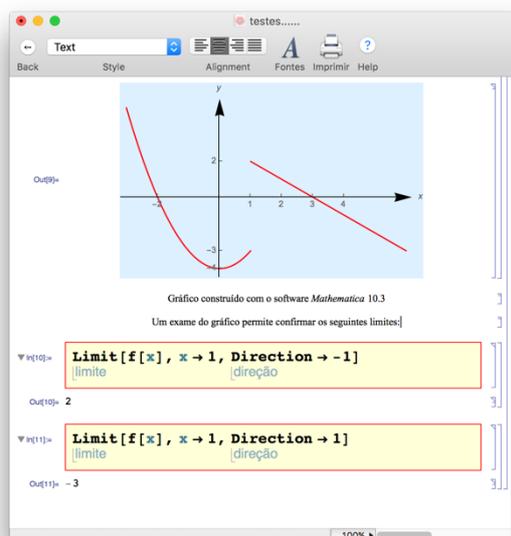


Gráfico e cálculo dos limites laterais com o software *Mathematica 10.3*

4. Limites no infinito

Considere a função $f(x) = \frac{x+2}{x}$ para todo x real e $x \neq 0$. Vamos obter o $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

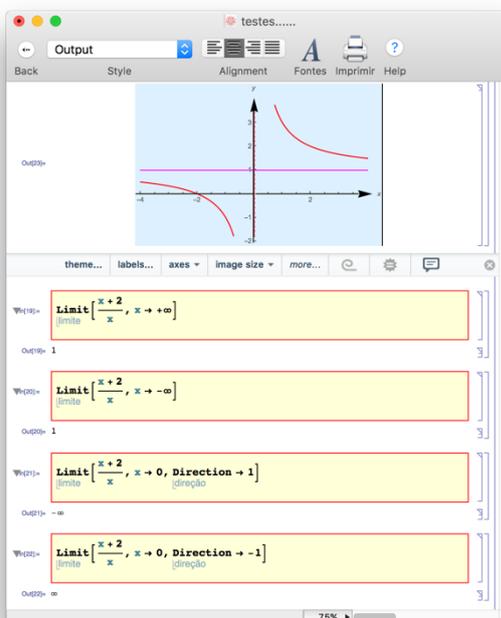


Gráfico e cálculo dos limites no infinito com o software *Mathematica 10.3*

5. Regras de derivação

Neste tópico, vamos explorar as regras de derivação das funções potência, soma, produto, quociente, trigonométricas, exponenciais, logarítmicas e composta (regra da cadeia). Segue abaixo um exemplo da função potência resolvido com o *Mathematica 10.3*. O comando do software *Mathematica 10.3* para calcular derivadas é D . A sintaxe básica do comando D do software *Mathematica 10.3* é $D[f, x]$, obtém o valor da derivada de f na variável x .



Cálculo da derivada da função potência com o software *Mathematica 10.3*

6. Derivadas sucessivas

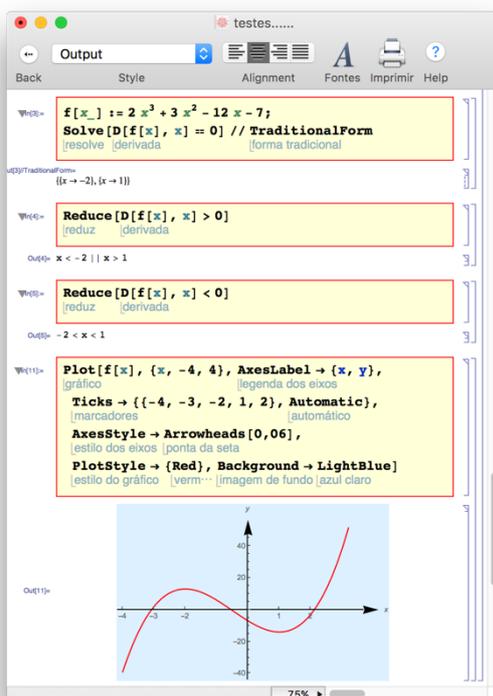
Para o cálculo das derivadas sucessivas, faremos apenas um acréscimo no comando D especificando qual a ordem da derivada desejamos. $D[f, \{x, n\}]$, onde n indica a ordem da derivada. Vejamos alguns exemplos:



Cálculo das derivadas sucessivas, na primeira função calculamos a 2ª derivada e na segunda função calculamos a 3ª derivada.

7. Aplicação das derivadas – Crescimento e decréscimo de função

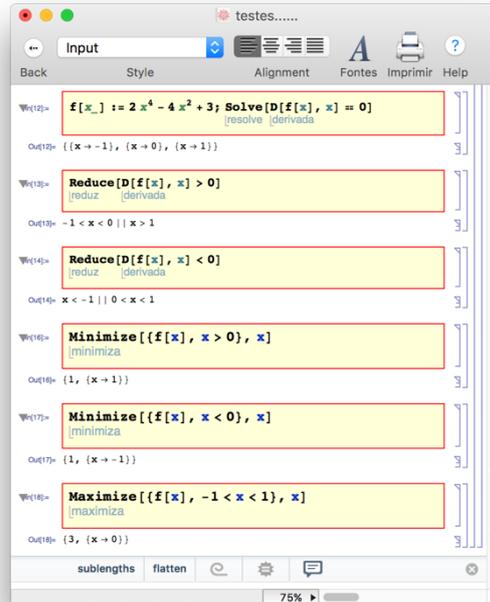
Usaremos as derivadas aqui para determinar onde uma determinada função é crescente ou decrescente. Para tal estudo, aplicamos os comandos *Solve* e *Reduce*, respectivamente servem para resolver equações e inequações. Veja o exemplo abaixo:



Cálculos realizados no software *Mathematica 10.3*. Observe que a função é crescente nos intervalos $x < -2$ ou $x > 1$ e decrescente no intervalo $-2 < x < 1$.

8. Aplicação das derivadas – Extremos relativos

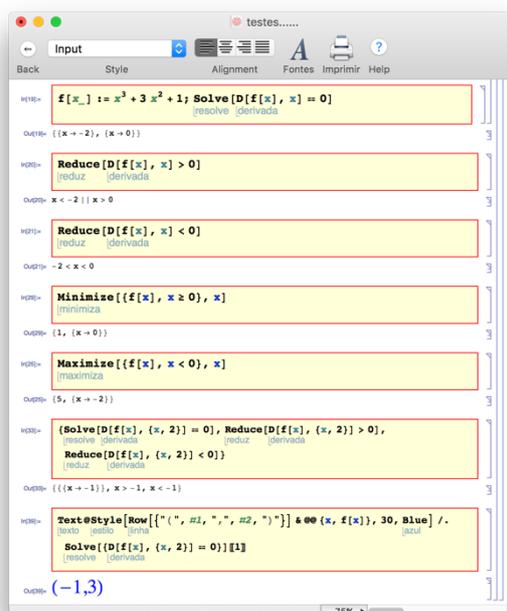
Teste da primeira derivada para extremos relativos. Para tal estudo, aplicamos os comandos *Minimize* e *Maximize*, respectivamente servem para determinar o ponto Mínimo e Máximo. Veja o exemplo abaixo:



Cálculos realizados no software *Mathematica 10.3*. Observe que a função tem dois pontos mínimos que são $(1,1)$ e $(-1,1)$ e um ponto máximo que é $(0,3)$.

9. Aplicação das derivadas – Concavidade e ponto de inflexão

Teste da segunda derivada para determinar os pontos de inflexão. Para tal estudo, aplicamos o comando usado para derivadas sucessivas e outros comandos usados anteriormente. Veja o exemplo abaixo:



Cálculos realizados no software *Mathematica 10.3*. Observe que a função tem um ponto mínimo em $(0,1)$, um ponto máximo em $(-2,5)$ e um ponto de inflexão em $(-1,3)$.

10. Considerações Finais

Desejo que o presente trabalho contribua para os professores de Matemática e de outras disciplinas afins, no intuito de apropriar-se deste robusto recurso, que é o software *Mathematica 10.3*. Ampliando as pesquisas e utilizando-os no processo ensino-aprendizagem de Matemática e áreas afins em nossas escolas tanto de ensino fundamental, ensino médio e superior.

11. Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Ao meu grande amigo e professor Carlos César de Araújo, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

12. Referências

<http://www.gregosetroianos.mat.br>

<http://www.wolfram.com>

ALMEIDA, M. E. de. Informática e formação de professores. Brasília. Ministério da Educação, seed, 2000.

ANTUNES, C. As inteligências múltiplas e seus estímulos. Campinas, SP: Papyrus.