Realização SBEM SBEM-PE
VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

DESENVOLVENDO O CONCEITO DE FUNÇÃO LINEAR: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Roberta Nara Sodré de Souza –UNIVALI-roberta@cau.univali.br
Maria Helena B.Vilares Cordeiro-UNIVALI-mhcordeiro@cehcom.univali.br
Méricles Thadeu Moretti –UFSC-mericles@mtm.ufsc.br

Introdução

O aprendizado da matemática e, portanto, a formação dos conceitos ligados a ela, pressupõe que o aluno possa atribuir significado a sua linguagem. Os registros e/ou formas de representação dos conceitos possibilitam que o mesmo possa comparar, diferenciar, relacionar, visualizar, interpretar, substituir, construir e analisar soluções de problemas ligados aos diferentes objetos matemáticos, dentro de um sistema de comunicação comum a este conhecimento.

A apropriação das diferentes linguagens, que nos remetem aos conceitos, é inerente ao ensino da Matemática. Assim, os registros de representação, dos desenhos à linguagem algébrica, tornam-se essenciais no processo de evolução conceitual em nossos alunos.

Diante de inúmeros conceitos matemáticos a desenvolver durante o período escolar, a relação existente entre a variação de dois ou mais conjuntos coloca-se em variadas situações de suas vidas, não somente na disciplina de Matemática. Percebemos o uso do conceito de função nas diferentes disciplinas do currículo escolar, por exemplo: nos conceitos físicos e químicos. O desenvolvimento do conceito de função na disciplina de Matemática contribui para a leitura e estabelecimento de relações que permitem ao indivíduo entender e prever vários fenômenos no meio em que vive.

Enquanto professores, precisamos entender como se processa, no cotidiano escolar, a relação entre os registros de representação, a utilização dos mesmos como ferramenta de resolução de problemas e a construção do conceito de função. Contudo, a abrangência conceitual das funções fez-nos limitar nossa investigação à análise da aprendizagem do conceito de função linear ao longo do desenvolvimento de uma seqüência didática. Dessa forma, buscamos contribuir com uma caracterização da construção da noção de função linear, analisando o comportamento e os registros dos sujeitos durante a seqüência didática construída.

Fundamentando nossa ação: Os registros de representação na formação conceitual e como ferramenta na resolução de problemas

Na interpretação e manipulação das informações apresentadas em diferentes linguagens, o aluno procura traduzi-las naquelas que lhe são mais familiares, utilizando-as como ferramentas no tratamento da situação, a fim de solucionar o problema proposto. Dessa forma, o conhecimento dos alunos sobre os objetos matemáticos e suas propriedades é desenvolvido com o domínio das diferentes linguagens que se referem ao objeto e que, assim, se tornam ferramentas do pensamento. Segundo DUVAL (1993), é dessa forma que se consolida a estrutura interna dos conceitos, já que, conforme DANYLUK (1998) a linguagem matemática ou as outras formas de representação dos conceitos utilizadas por essa ciência são carregadas de significados que, para serem compreendidos pelos sujeitos, exigem uma interpretação de propriedades e relações entre estruturas conceituais.

Entendemos, assim, que os diferentes registros construídos historicamente para representarem objetos matemáticos são carregados de significados e expressam relações cuja compreensão contribui para a formação de um conceito matemático pelo sujeito. Segundo ASTOLFI (1995), o uso dos símbolos na resolução de problemas é mais do que a aplicação mecânica de um código sobre uma situação, é suscitar uma variedade de formas de representação dos resultados, além de uma discussão sobre o valor de cada um desses registros e a clareza de seus significados para o indivíduo. Dessa forma, os registros de representação que possuímos de um determinado conceito, por meio dos quais vamos estabelecer comunicação não somente com o meio, mas também com nossos próprios esquemas, tornam-se essenciais na apreensão e no desenvolvimento dos objetos matemáticos em nossa estrutura cognitiva.

O desenvolvimento e a familiaridade com as diferentes formas de registros de representação semiótica de um objeto matemático, quando diante de problemas, permite que os objetos passem a ser utilizado como instrumentos na sua resolução. DOUADY (1986, p.10) observa que "um conceito é um instrumento quando focalizamos o nosso interesse sobre o uso que ele faz para resolver um problema". Nesse sentido, SOUZA (2002), revela a mudança de estratégias dos alunos diante da ação educativa orientada pelo professor, tornando alguns registros familiares aos alunos, que passam a utilizá-los mesmo quando é dada a liberdade de escolher outras ferramentas para resolução do problema.

A necessidade dos registros de representação na formação de concepções do objeto matemático torna-se evidente para muitos pesquisadores:

DUFOUR-JANVIER et al (1987, p.110) consideram que as representações podem ser distinguidas em internas e externas e que as externas "são ferramentas para o tratamento dos conceitos". Essa idéia também pode ser encontrada em SFARD (1992, p. 78), quando afirma que "quando uma nova entidade abstrata é explorada para emergir, uma representação adequada pode servir como um catalisador". Essa utilização das representações como ferramenta, ou catalisador, fica clara, também, em VERGNAUD (1996, p.73) quando observa que "de maneira geral, é muito importante dispor de várias maneiras de resolver o mesmo problema. Isso é verdadeiro em todos os níveis", acrescentando que: "Pensar consiste não só em passar de uma situação real para a representação, mas também de uma representação para outra" (VERGNAUD, 2000, p.13). SOUZA (2003), pontua que os estudantes escolhem diferentes caminhos para resolução dos problemas matemáticos e que modificam as estratégias utilizadas, utilizando várias formas de tratamento para os mesmos problemas, quando estas estão disponíveis. Assim, uma prática pedagógica que vincula diferentes registros para resolução de um mesmo problema torna-se conveniente, já que envolve o aprendiz num processo de tomada de decisão, ao escolher a estratégia mais adequada. Também SIERPINSKA (1992, p.57) concorda com este argumento quando defende que "Aos estudantes deveriam ser dadas oportunidades de adquirem uma certa flexibilidade no uso de modos de expressão e representação".

A teoria de DUVAL destaca o papel das representações[1] e as considera indispensáveis para lidar com os objetos matemáticos e, portanto, na construção do conhecimento. Assim, estabelece três planos entre as representações: as representações

[1] " A representação é então a forma sob a qual uma informação pode ser descrita e levada em conta em um sistema de tratamento."(DUVAL, 1995, p.2)

subjetivas e mentais, as representações internas ou computacionais; as representações semióticas**.**

A representação semiótica é externa e consciente aos indivíduos, "são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem seus embaraços próprios de significação e de funcionamento" (DUVAL, 1993, p.39). "As representações semióticas não são simplesmente um meio para comunicação de idéias, elas são igualmente necessárias no desenvolvimento das representações mentais, já que as representações mentais mostram a interiorização da percepção externa" (DUVAL,1993, p.39).

Percebendo a relevância dos registros de representação na formação conceitual concordamos que não exista apreensão conceitual de um objeto sem a utilização de sistemas semióticos para representar esse objeto. Um sistema simbólico, para tomar o status de registro de representação, deve ser compartilhado no meio social e dar condições de tratamento interno ao registro e mobilidade entre outros registros. A capacidade de fazer a identificação simbólica de um objeto, poder operar com ele e convertê-lo em outros sistemas é conveniente, pois podemos ver por qual registro devemos operar para chegar mais rapidamente à solução de um problema; um registro poderá também completar o outro, já que cada um possui as suas limitações e, ainda, a coordenação entre diferentes registros de representação possibilitará ao sujeito construir o conceito e não confundi-lo com uma de suas formas de representação. (DUVAl, 1993).

Concordando que os registros de representação são carregados de significados HITT (2001, p.145) observa que "... um conceito é construído por meio de perguntas que incluam os diferentes sistemas de representação para promover a sua articulação". ASTOLFI (1995, p.116), também concorda colocando que "O conhecimento científico provém de um vai-e-vem entre situações concretas e um corpus simbólico. Esse vai-e-vem desenvolverá atitudes e métodos sem os quais a aquisição de noções científicas é ilusória".

A complementaridade dos diversos registros possibilita uma maior economia no tratamento das situações e promove a própria conceitualização pelo indivíduo, já que esta implica uma coordenação dos registros de representação. (DUVAL, 1993)

Em relação à ligação entre a conceitualização e a conversão para outros registros de representação do conceito, VIZOLLI (2001) considera que possivelmente exista uma compreensão do conceito por parte dos sujeitos quando desenvolvem soluções de situações-problema que são requisitadas em diferentes linguagens. NEHRING (1996, p.231) coloca que, em relação ao conceito de multiplicação, um único registro "não garante um pensamento multiplicativo, tornando-se fundamental para a ampliação deste conceito, através do trabalho com todos os registros de representação significativos ao sentido da operação de multiplicação...".

A conversão entre registros se mostra relevante no processo de formação conceitual, pois garante a distinção entre significado e significante. Observamos que, para a apreensão do objeto matemático, segundo DUVAL, nos diferentes problemas, o aprendiz deve transitar sem dificuldade entre, pelo menos, dois registros da representação do conceito. Por meio do trânsito entre representações expressas em diferentes linguagens, o conhecimento dos alunos sobre os objetos e suas propriedades é ampliado, já que são as diferentes formas de representação de um objeto matemático que viabilizam a construção de ferramentas para o pensamento no desenvolvimento de problemas.

Além de considerarmos a relevância dos registros de representação para a construção de um conceito matemático, procuramos entender a relação entre o conhecimento conceitual que permite um translado entre diferentes significantes e o instrumento explícito, ou ferramenta, que será utilizado pelos aprendizes na resolução de problemas.

O termo "quadro", foi utilizado por DOUADY (1986) para se referir ao conjunto de objetos, relações, formulações e imagens mentais que compõe um ramo da matemática. Em sua teoria, propõe que, por meio das mudanças de quadros, direcionadas por diferentes situações que podem ser propostas pelo professor, os sujeitos podem obter formulações diferentes de um problema, conseguindo possivelmente elaborar um novo caminho diante das dificuldades inicialmente encontradas quando da sua resolução, implementando ferramentas e procedimentos que não são dados na formulação original do problema. Essas mudanças enriquecem o quadro no qual o problema foi apresentado e viabilizam a construção de novos objetos matemáticos pelos sujeitos, quando da institucionalização do saber pelo professor, a familiarização do instrumento pelo aluno e a utilização como instrumento explícito em situações diversas tornando a nova ferramenta numa antiga ferramenta e reiniciando novos processos e ciclos que podem resignificar o objeto em construção.

Para DOUADY, (1986, p.6): “A dialética instrumento-objeto é criadora de sentido. Os jogos de quadros são fontes de desequilíbrios; a reequilibração participa da aprendizagem”.Assim para a autora, é na relação alternada dos conceitos matemáticos como instrumentos na resolução de problemas e como objetos na construção do conhecimento que os sujeitos dão sentido aos saber científico e fazem evoluir suas concepções (DOUADY, 1986).

Os registros de representação de um objeto matemático carregam consigo uma rede de relações, outros objetos, outras formulações, outras imagens mentais que, quando familiarizados pelos sujeitos e utilizados como instrumento de resolução em problemas, fazem evoluir as concepções iniciais do aprendiz relacionadas ao objeto matemático. Dessa forma, observamos como os sujeitos que conseguem operar com a mudança de registros de representação na resolução de problemas possivelmente ampliam sua significação do objeto, já que esse trânsito entre diferentes registros pode implicar em uma mudança de quadros.

Com base na discussão teórica levantada, procuramos perceber, em ambiente escolar regular, características da construção do conceito de função linear fundamentando nossa ação no trânsito entre registros de representação e na dialética antigo-novo, como forma de desenvolvimento desse conceito matemático.

Metodologia

Dada a importância dos diferentes registros na formação conceitual e observando as relações entre as construções e o desenvolvimento de ferramentas para resolução de problemas, elaboramos uma seqüência didática, composta de problemas que envolvessem situações variadas, contextos variados e representações variadas para uma discussão com os alunos sobre o conceito de função linear. Cada atividade foi aplicada no início da aula. Os sujeitos a desenvolviam ora individualmente, ora em grupos, de acordo com a situação proposta. Após o desenvolvimento dos problemas pelos alunos, recolhíamos seus registros, explorávamos as suas ferramentas de resolução e procurávamos lançar seu olhar sobre outras linguagens dando ênfase à conversão, ao tratamento das situações em diferentes registros de representação, buscando a familiaridade com novos registros e sub-conceitos.

Os sujeitos foram 99 alunos dos 1ºs anos do Ensino Médio de uma escola particular que se submeteram a uma seqüência didática, de cerca de 11 a 13 aulas de 48 minutos e foi aplicada em dias corridos, nas aulas da disciplina de Matemática. Foram analisados o comportamento geral dos 99 sujeitos e, mais detalhadamente, a produção registrada em cada aula de 20 sujeitos, selecionados aleatoriamente de entre os 99.

A seqüência das atividades desenvolvidas foi a seguinte:

Atividade 1

Dividimos a sala em dois grupos, o grupo de observação e o grupo de discussão. No círculo da discussão os alunos puderam se expressar e no círculo da observação não puderam falar. As questões, lançadas foram as seguintes: O que é uma função? O que significa esta palavra? Através de que formas podemos simbolicamente escrever uma função? E a função linear, o que é?

Atividade 2

Leitura da contextualização histórica sobre o conceito de função e como conseqüência o de função linear, mostrando a longa trajetória do conceito de função e a relação da evolução deste conceito com as formas como ele era representado. Os alunos fizeram a leitura e retiraram do texto os três trechos que eles acharam essenciais nessa evolução.

Atividade 3

Foram apresentadas as tabelas a seguir e os alunos procuraram identificar as relações entre as variáveis x e y, respectivamente das primeiras e segundas colunas e expressaram por meio de uma fórmula a relação entre as variáveis das tabelas. Descreveram o que ocorre nas três primeiras tabelas que não ocorre nas outras, além disso, completaram mais uma linha da tabela conforme a relação percebida, registraram a forma como conseguiram estes valores, construíram gráficos diferenciando os lineares, deram às funções lineares um contexto utilizando a linguagem verbal. Pesquisaram em diferentes autores a definição de função linear.

a)

x	Y
2	6
4	12
6	18

b)

x	y
1	1
2	2
3	3

c)

x	y
2	-4
4	-8
6	-12

d)

x	y
1	7
2	7
3	7

e)

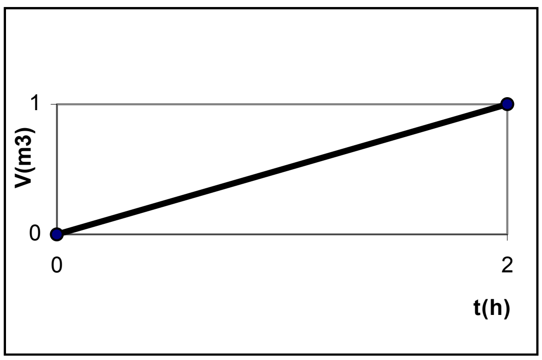
x	y
1	3
2	4
3	5

f)

x	y
-1	1
0	0
1	1

Atividade 4-

Uma caixa d'água de forma cilíndrica é alimentada por uma torneira. Aberta a torneira, o volume da caixa d'água vai aumentando em função do tempo, segundo o gráfico abaixo.



a)As variáveis V e t são diretamente proporcionais? Por que?

b)Qual a lei de associação entre V e t?

c)Qual o domínio desta lei?

d)Sabendo que o volume da caixa cheia é 3,8m³ e que estava vazia quando a torneira foi aberta, quanto tempo a torneira deve permanecer aberta para encher completamente a caixa?

e)O que você entende agora por função linear e suas formas de representá-las?

Atividade 5

Um automóvel passa por um ponto A, dirigindo-se a um ponto B, distante 33 km de A. A função que mede a distância S do automóvel ao ponto A (em Km) em função do tempo t (em horas) é S(t)= 120 t.

a) Quais são as variáveis do problema? Como elas estão sendo representadas no problema?

b) Após 30 minutos de ter passado por A, a que distância o automóvel estará desse ponto?

c) Quanto tempo levará o automóvel para ir de A até B?

Atividade 6- Experimentando e Construindo conceitos

Material Necessário: diferentes objetos de secção transversal circular (copos, latas,tampas,...), barbante e régua.

Procedimento:

1-Com o barbante, dê uma volta em torno de cada um dos objetos e depois estique o comprimento (perímetro) obtido sobre uma régua, marque os valores na tabela.(seja o mais preciso possível)

2-Meça, com o auxílio da régua, o diâmetro de cada objeto e em seguida anote-os também na tabela.(procure ser preciso)

Perímetro(P)	0 cm					
Diâmetro(d)	0 cm					

3)Numa folha de papel milimetrado trace o gráfico perímetro X diâmetro e cole-o no espaço reservado abaixo: (Os pontos se aproximam de um tipo de gráfico, observe que suas medidas podem estar imprecisas e precisamos determinar o desenho do gráfico pela maior parte dos pontos que seguiram quase a mesma variação ou o centro entre esses pontos para traçar a linha do gráfico, aproximando melhor do valor da variação)

4)Análise dos resultados:

a) Que tipo de gráfico foi obtido?_______(reta que passa pela origem, uma reta que passa por outro ponto diferente de zero em sua abscissa, uma curva em forma de parábola, outro tipo de curva, etc...)

b) Qual a expressão matemática que relaciona o perímetro da circunferência com o seu diâmetro___________ (registre cálculos ou raciocínio)

c) Onde podemos enxergar a função apresentada pelo registro algébrico no gráfico?_________________________E na tabela?_____________________

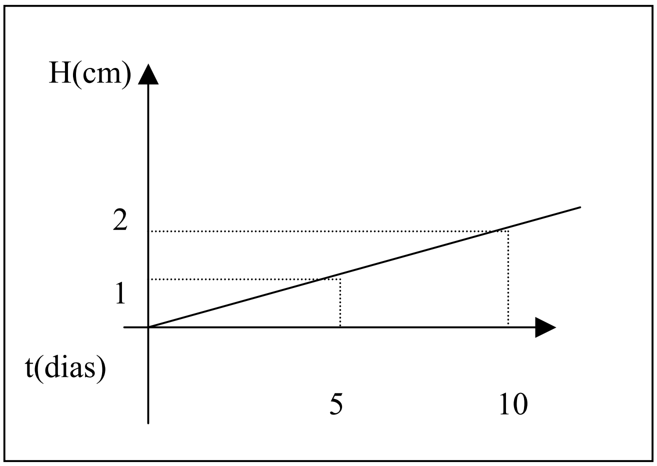
d) Como poderíamos descrever na linguagem natural a relação entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro?

e) A situação problema levantada relaciona dois conjuntos de maneira que possamos nomear essa relação como uma função linear?__________ Justifique sua resposta

f) Represente, de duas formas, funções que não representariam uma função linear e justifique.

Atividade 7

*Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Suas observações foram colocadas no gráfico, resultando a figura a seguir:



a) Se for mantida sempre a mesma relação, em quantos dias a planta atingirá 30 cm?

b) Quantos centímetros ela terá após 90 dias?

c) Que expressão (lei) relaciona a altura com o tempo em dias?

d) A função tem como domínio o conjunto dos números reais? Por quê?

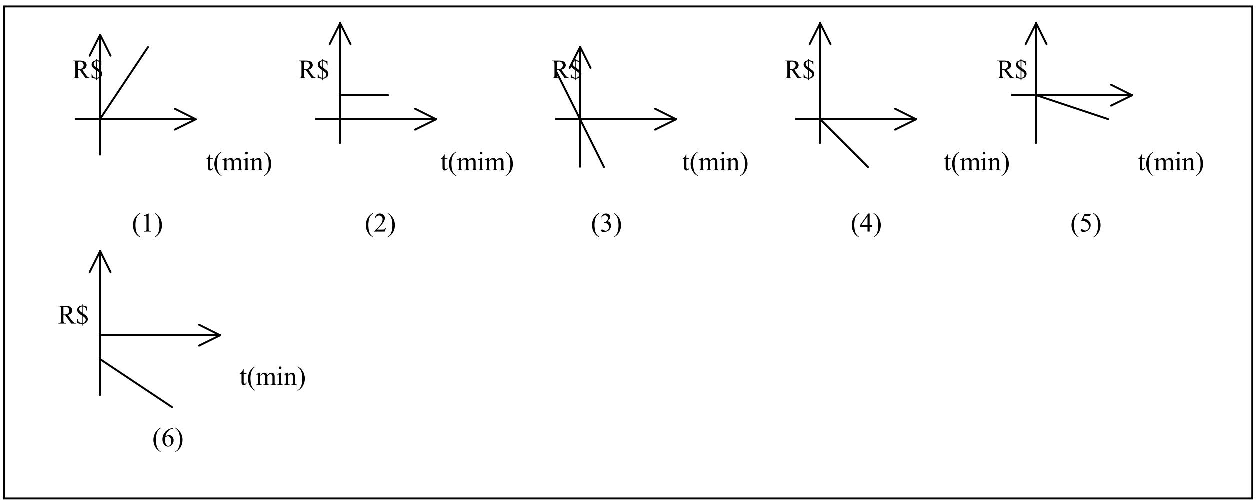
g) Elabore um enunciado envolvendo uma situação que pudesse ser representada pelo gráfico acima.

Atividade 8

*Num "ciber café", o cliente paga 0,30 centavos por minuto utilizado nos computadores. A máquina do caixa registra, via um programa, o saldo do cliente, que irá quitar somente na saída do ambiente. Sendo assim:

a) Esta relação entre o tempo que o cliente fica na máquina e seu saldo é uma função linear?______Justifique

b) Que gráfico melhor representaria esta função?



Justifique sua escolha:

c) Que lei (algébrica) poderíamos estabelecer para representar o saldo do cliente em relação ao tempo em que utiliza o serviço: (registre como pensou para elaborar a função)

d) Existe uma constante de proporcionalidade envolvida na função? Se sim, qual?

e) Um cliente que gastou 40 minutos no computador do ciber café, terá no caixa uma dívida de quantos reais para quitar? (registre todos seus cálculos ou raciocínio, até mesmo se fez alguma operação)

f) Um cliente que registrou um saldo com o ciber café de R$ -16,00 utilizou durante quantos minutos o computador? (registre todos seus cálculos ou raciocínio, até mesmo se fez alguma operação)

Justifique sua escolha:

c) Que lei (algébrica) poderíamos estabelecer para representar o saldo do cliente em relação ao tempo em que utiliza o serviço: (registre como pensou para elaborar a função)

d) Existe uma constante de proporcionalidade envolvida na função? Se sim, qual?

e) Um cliente que gastou 40 minutos no computador do ciber café, terá no caixa uma dívida de quantos reais para quitar? (registre todos seus cálculos ou raciocínio, até mesmo se fez alguma operação)

f)Um cliente que registrou um saldo com o ciber café de R$ -16,00 utilizou durante quantos minutos o computador? (registre todos seus cálculos ou raciocínio, até mesmo se fez alguma operação)

Atividade 9

Os alunos trouxeram recortes de revistas e jornais, assim como informações de livros didáticos de outras disciplinas e pontuaram, com seu grupo, as diferentes características de outros tipos de função que se mostram diferenciadas da função linear. Após determinarem os recortes a serem discutidos, os alunos:

- Transcreveram a situação retirada das fontes;
- Identificaram quais representam uma função linear;
- Identificaram quais não representavam uma função linear, percebendo as diferenças existentes nas outras funções para a linear.

Após o desenvolvimento da seqüência, esperávamos que o aluno fosse capaz de:

1. Conhecer a função linear e seus diferentes registros;
2. Reconhecer que os diferentes registros possibilitam novas interpretações de um problema;
3. Compreender os procedimentos de tratamento de cada registro;
4. Utilizar de forma coerente o tratamento e a conversão de registros (pelo menos de dois deles), possibilitando a resolução de problemas que envolvessem a função linear;
5. Compreender e construir uma concepção do conceito de função linear.

A intervenção do pesquisador (primeiro autor deste artigo) se deu de forma direta, participando como docente da turma, aplicando a seqüência didática planejada. Nas falas, produções e posicionamentos dos alunos, em função dos questionamentos que ocorreram no decorrer do desenvolvimento da seqüência, analisamos o processo de significação do objeto matemático em ambiente escolar regular em cada atividade.

A partir da seqüência construída, procuramos desenvolver uma análise de pesquisa, utilizando alguns princípios da Engenharia Didática (ARTIGUE,1988). Assim construímos a análise sobre o comportamento do aluno a priori, ou seja, antes de ser aplicada a seqüência e depois da aplicação fizemos a análise *a posteriori*, confrontando os dados e validando as hipóteses. Após a aplicação da seqüência e análise dos registros, para uma melhor visualização dos resultados, montamos quadros comparativos onde confrontamos o esperado (*a priori*) com o ocorrido (*a posteriori*). A síntese das atividades está apresentada em anexo.

Analise *a priori* e *a posteriori* das atividades da seqüência

	Análise *a priori*	**Análise *a posteriori***
Atividade 1	- Silêncio inicial, insegurança ao definir; - Associação do conceito de função a gráficos e fórmulas; - Falas incoerentes sobre o conceito de função linear.	- Silêncio inicial e segurança ao falar sobre o conceito de função; - Relação com as formas de representação inclusive com os conjuntos; - Busca de significação do conceito na etimologia da palavra.
Atividade 2	- A maior parte consideraria a evolução dos registros como ponto essencial na evolução do conceito de função.	- Confirmou-se o esperado.
Atividade 3	- Identificação das regularidades e justificativa da linearidade dentro do campo numérico; - Facilidade na conversão tabular-algébrica-gráfica.	- Confirmou-se; - A dificuldade na elaboração algébrica da função; - Sentimento de revolta ao ter que desenvolver uma situação problema sem explicação anterior, quebra de contrato didático. (BROUSSEAU, 1986); - Dificuldade em fazer a conversão para a linguagem verbal; os contextos dos problemas construídos estavam relacionados à matemática financeira.

	Análise *a priori*	Análise *a posteriori*
Atividade 4	- Tratamento dos problemas no campo numérico e alguns ensaios para o campo algébrico. - Relações com o conceito de função linear, justificando sua proporcionalidade, principalmente sobre o registro gráfico e algébrico;	- Resistência ao desenvolvimento da atividade sem explicação prévia de conteúdo; - Dificuldade de transformação de bases; - Dificuldade de interpretação de dados no gráfico; - Dificuldade de determinação do domínio; - Tratamento dos problemas por processos numéricos ou conversões algébricas; - Alguns significaram o conceito de função linear relacionando-o com proporcionalidade, alguns mostraram incoerências ao defini-lo, confundindo significado com significante.
Atividade 5	- Facilidade para definir as variáveis do problema; - Busca de ferramentas na linguagem algébrica e nas operações elementares.	- Aceitação da atividade no início da aula, tranqüilidade no seu desenvolvimento; - Participação efetiva na discussão do problema; - Dificuldade em definir as variáveis; - Dificuldade na transformação de bases; - Busca pela conversão para a linguagem algébrica; - A maior parte, dos sujeitos buscaram o tratamento algébrico para resolução dos problemas, os outros utilizaram as operações numéricas; - Dificuldade para acertar a resolução do problema devido ao tratamento incorreto da lei.

	Análise *a priori*	**Análise *a posteriori***
Atividade 6	- Dificuldade na medição de objetos;	- Necessidade de retomar inicialmente os conceitos de perímetro e diâmetro; - Os alunos demonstraram satisfação e tranqüilidade para o desenvolvimento da atividade;
	- Dificuldade na percepção da função como linear após o registro dos dados no gráfico;	- Percepção de erro quando na construção do gráfico, necessidade de intervenção do professor sobre os erros de medição;
	- Resistência ao encontrar a lei que relaciona perímetro e diâmetro da circunferência;	- Facilidade em encontrar a lei de formação, por meio do encontro do coeficiente angular; - Definição de função linear relacionada à proporcionalidade e à linha reta apresentada pelo gráfico.
	- A maior parte dos alunos já conseguiria uma conversão entre registros.	- Apenas um grupo (3 alunos) não conseguiu a conversão para, pelo menos, dois registros de representação.
Atividade 7	- Dificuldades no desenvolvimento da situação;	- Facilidade no desenvolvimento da situação; relação com diferentes contextos; - Entusiasmo do aluno e rapidez no desenvolvimento da atividade; - Participação na discussão da atividade: desejo de falar. (familiaridade – DOUADY, 1986)
	- Desenvolvimento do problema no campo numérico, tabular e/ou algébrico;	- Ferramentas utilizadas confirmam análise a priori: facilidade em trabalhar com o registro algébrico.
	- Dificuldade em desenvolver outro problema na linguagem verbal.	- Alguns alunos ainda apresentam dificuldade quanto no estabelecimento do domínio;

	Análise *a priori*	**Análise *a posteriori***
Atividade 8	- Facilidade no desenvolvimento da situação; - Dificuldades apenas para perceber a função como decrescente e registrar o sinal negativo na expressão algébrica; - Facilidade em encontrar a constante de proporcionalidade; - Ferramentas no campo numérico e algébrico.	- Confirmou-se; - Confirmou-se, ocasionando conflito em sala: dialética antigo-novo (DOUADY,1986) - Confirmou-se; - Confirmou-se.
Atividade 9	- Familiaridade dos alunos ao diferenciar as lineares das não lineares.	- Confirmou-se: além de justificarem as funções referindo-se à proporcionalidade e ao fato de que o gráfico apresentava uma linha diagonal que passava na origem, fizeram conversões de seus recortes em linguagem gráfica para a algébrica; - Quase todos destacaram recortes sobre a forma de linguagem gráfica.

Considerações Finais

Em nossa investigação, procuramos contribuir com reflexões relacionadas à construção da noção de função linear, fundamentando a ação educativa nas relações entre os registros de representação, a utilização dos mesmos como ferramentas de resolução de problemas e a construção de conceitos.

Quanto à concepção que os sujeitos formaram do conceito de função linear no decorrer do desenvolvimento de nossa seqüência, podemos dizer que ela foi ampliada para a maioria dos sujeitos de nossa pesquisa, o que percebemos pela forma como os sujeitos, ao final da seqüência, discutiam a relação conceitual quando erravam na resolução dos problemas. Ficou evidente, na atividade 9 de nossa seqüência, a facilidade de reconhecer as funções lineares: os alunos, com rapidez, revisavam os recortes trazidos, trocando com os colegas para diversificar os exemplos e contra-exemplos que colocariam na atividade, ligados aos mais diversos contextos. A conversão e tratamento de algumas linguagens já apareceram anteriormente ao desenvolvimento da seqüência, contudo foram ampliadas para muitos de nossos sujeitos e passaram a ser utilizadas por muitos que não as utilizavam no começo. Percebemos que isso se deu, principalmente, após a atividade de manipulação dos objetos relacionando as variáveis: perímetro e diâmetro de uma circunferência. A ação dos alunos nos pareceu fazer a diferença no desenvolvimento de habilidades de manipular os registros de representação, utilizando-os como ferramenta na resolução dos outros problemas que vieram a seguir. A produção de registros pela maior parte dos sujeitos de nossa pesquisa foi também ampliada. Percebemos isso pelos exemplos e contra-exemplos de funções lineares construídos no decorrer da seqüência, em contextos variados e não previstos por nós nas análises a priori. Os sujeitos mostravam-se a cada atividade mais tranqüilos e não buscavam perguntar ao colega do lado o que fazer, trazendo contextos diferentes para produzir um registro, seja na linguagem verbal, gráfica, algébrica ou tabular.

Não pudemos deixar de perceber o quanto é demorada a mudança de postura e quantos conflitos encontramos no cotidiano escolar, para que a familiarização com as ferramentas ocorresse e fosse percebida por nós, potencializando a ação dos alunos na resolução de problemas e conversões entre registros de representação, a fim de provocar reestruturações conceituais. A complexidade está em formar cada um desses conceitos, com a diversidade de sujeitos encontrada, inclusive com as mais diversificadas necessidades de aprendizagem, com tempos de aprendizagem diferentes, interrelacionando-os, ligando-os ao cotidiano e ao mesmo tempo dando aos mesmos a formalidade científica.

Acreditamos que a construção de conceitos matemáticos nos alunos do Ensino Médio, não está vinculada ao desenvolvimento de inúmeras listas e à memorização de inúmeras propriedades explicitadas para o aluno, mas à discussão, estabelecida com o aprendiz, que evidencie o vínculo do conceito aos instrumentos utilizados como ferramenta para a resolução de problemas cotidianos, proporcionando a tomada de consciência do significado operatório e do sentido dado pelas diferentes situações e contextos possíveis.

A concepção de formação conceitual discutida na presente pesquisa mostrou-nos alguns caminhos para a formação de conceitos e para o desenvolvimento destes em situação escolar cotidiana. Contudo, a partir de nossas considerações na construção da noção de função linear, outras questões se apresentam como objetos de investigação para novas discussões e pesquisas: A mudança de estratégias que aconteceu no desenvolvimento dos problemas reflete a apropriação, pelos alunos, de novos instrumentos? Outras seqüências, considerando outros tipos de funções, desenvolvidas na perspectiva teórica discutida em nossa investigação, levariam também à mudança de estratégias e significação dos conceitos matemáticos pelos alunos? O papel das diferentes representações na formação de conceitos matemáticos é discutido na formação dos educadores matemáticos nos diferentes níveis de ensino? Os professores do Ensino Médio encontram, nas diferentes formas de representar os objetos matemáticos, meios para discutir a construção desse objeto por seus alunos?

A Educação encontra-se em movimentos constantes e faz-se necessária a realização de mais pesquisas sobre este assunto, procurando reavaliar nossa seqüência em outros ambientes e períodos escolares, possibilitando gerar novas interpretações, sobretudo nesse nível de ensino e no ambiente escolar regular, contribuindo para o esclarecimento de inúmeras questões que se colocam na Educação Matemática.

Palavras-chaves: registros de representação, seqüência didática, função linear.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, Michèle. *Ingèniere didactique*. RDM, V9, n3, p231-308,1988.

ASTOLFI, Jean-Pierre. *A didática das ciências / Jean-Pierre Astolfi, Michel Develay*: Tradução Magda S. S. Fonseca --4º edição—Campinas, Sp: Papirus,1995.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathemátiques. *Recherches en didactique des Mathemátiques*, vol.9, nº 3, pp309-336.Grenoble,1986.

DANYLUK, Ocsana. *Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil*. Porto Alegre: Sulina, Passo Fundo,1998.

DOUADY, Régine. Jeux de quadres et dialectique outil-objet. RDM, V7.2, pp 5-31,1986.

DUFOUR-JANVIER, Bernadette; BERDNARZ, Nadine; BELANGER, Maurice. Pedagogical Considerations Concerning the Problem of Representation. In: *Problems of Representation in the teaching and Learning of Mathematics*.London: Lawrence Erbaun Associates,1987.

DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de Science Cognitives*. Strasbourg: IREM-ULP, 1993.

DUVAL,Raymond. Sémiosis et pensée humaine. *Annales de didactique et Sciences Cognitives*. Berne: Peter Lang, vol.1, p.235-253, 1995.

HITT, Fernando. Construction of mathematical concepts and cognitive frames. *www.matedu.cinvestav.mx/ 2001*

NEHRING, Cátia Maria. *A Multiplicação e seus Registros de Representação nas Séries Iniciais.* Dissertação, UFSC, 1996.

SIERPINSKA, Anna. On Understanding the Notion of Function. *The concept of functions: aspects epistemology and pedagogy*.Org. Ed Dubinsky;Guershon Harel.USA: Mathematical Association of America,1992, p25-58.

SOUZA, Roberta N. S. de; CORDEIRO, Maria Helena.Os registros de representação como ferramenta do pensamento na resolução de problemas matemáticos que envolvem o conceito de Função Linear. *Contrapontos*. Itajaí: UNIVALI, set./dez.2002.

SOUZA, Roberta N. S. de. *A construção da noção de função linear: transitando em diferentes registros de representação semióticos*. Itajaí: Dissertação,UNIVALI, 2003.

VERGNAUD, Gérard. A formação de competências profissionais. *Revista do* GEEMPA. 1996. p.64-65.(xérox)

VERGNAUD, Gérard. *El niño, las matemáticasey la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primária.* México: 2º ed. Trilhas, 2000.

VIZOLLI, Idemar. *Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem*. Florianópolis: Dissertação, UFSC, 2001.