



INVESTIGANDO PADRÕES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Mirian Ferreira Rezende
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina / Cornélio Procópio
femirian94@hotmail.com

Cristiana Fadin
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina / Cornélio Procópio
k.ris@hotmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo
emersonortola@utfpr.edu.br

RESUMO

Este artigo tem por objetivo investigar se alunos da Educação Infantil são capazes de identificar, criar e/ou registrar padrões em atividades de Modelagem Matemática e como o fazem. Para isso foi desenvolvida uma atividade de modelagem matemática, com o tema confecção de pulseiras, cujo *design* foi orientado pelos princípios da teoria *Model-Eliciting Activities* (MEAs), proposta por Lesh et al. (2000), em um Centro Municipal de Educação Infantil (CMEI), na cidade de Marilândia do Sul, Paraná, em uma turma com 13 alunos, com idades entre 4 e 5 anos. A pesquisa realizada tem caráter qualitativo, de cunho interpretativo, cujos dados analisados advêm das gravações em áudio, vídeo e imagens e das produções escritas dos alunos. Constatamos no desenvolvimento da atividade realizada que os alunos comunicaram a identificação de padrões através da oralidade, compreendendo a maneira como as sequências de miçangas da pulseira se repetiam. Essa ação contribuiu para a criação e/ou registro de uma pulseira com uma sequência própria, de acordo com a preferência de cada aluno.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Educação Infantil; Pensamento Algébrico.

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) integra competências e habilidades que devem ser asseguradas aos alunos durante sua caminhada escolar e fornece orientações quanto ao seu desenvolvimento em cada etapa da Educação Básica – Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio –, ou seja, sinaliza quais conhecimentos são necessários em cada etapa e quais são os requisitos para a etapa posterior, bem como quais ações podem ser empreendidas para proporcionar tal desenvolvimento.

A Educação Infantil tem algumas particularidades nesse processo educativo. Para além de uma função assistencialista e recreativa, a pré-escola assume um papel mais amplo e

importante objetivando o conhecimento científico. O professor, nesse contexto, precisa oportunizar uma diversidade de atividades que encaminhem o ensino e a aprendizagem dos alunos sem desconsiderar suas experiências de vida, fruto de suas interações com a família e a comunidade. Deve garantir, portanto, o “desenvolvimento integral das crianças, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade” (LDBEN, 1996, p.17).

Nas diversas experiências vivenciadas pelas crianças em atividades cotidianas vários conhecimentos matemáticos podem ser empreendidos, como contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparação de pesos e de comprimentos, reconhecimento de formas geométricas, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais, etc., os quais precisam ser explorados de modo a aguçar a curiosidade dos alunos para estudar e utilizar a matemática (BRASIL, 2018). A Educação Infantil, portanto, como primeira etapa da Educação Básica,

[...] precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações. Assim, a instituição escolar está criando oportunidades para que as crianças ampliem seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural e possam utilizá-los em seu cotidiano (BRASIL, 2018, p. 43).

Essas oportunidades, geralmente, são exploradas por meio de jogos, de atividades baseadas em situações reais e/ou de brincadeiras, porém para que essas ações contribuam, de fato, para que haja a construção de conhecimentos científicos, como se objetiva nos documentos curriculares oficiais, elas precisam ser problematizadoras e levar os alunos a registrarem suas conclusões e reflexões de diferentes maneiras (GRANDO; MOREIRA, 2012).

Uma atividade que pode atender a essa demanda é a modelagem matemática que, na perspectiva da Educação Matemática, vislumbra o ensino e a aprendizagem da matemática a partir da problematização e da investigação de temáticas reais, na medida do possível associadas ao cotidiano dos alunos (TORTOLA, 2016). Por essas características é tratada em documentos oficiais como uma forma privilegiada de atividade matemática (BRASIL, 2018).

Neste artigo, discorreremos sobre atividades de Modelagem Matemática sob a ótica da teoria *Model-ElicitingActivities* (MEAs)¹, proposta por Lesh et al. (2000), que são delineadas com base em princípios que requerem e orientam a produção, interpretação e análise de modelos matemáticos. Essa opção se justifica por nosso interesse em investigar se alunos da Educação

¹*Model-ElicitingActivities* (MEAs): Atividades de identificação de modelos que são orientadas por seis princípios: construção do modelo, generalização, documentação do modelo, realidade, auto avaliação e protótipo eficaz.

Infantil são capazes de identificar, criar e/ou registrar padrões em atividades de Modelagem Matemática e como o fazem. Dessa forma, a teoria das MEAs, atividades que elicitam modelos, nos fornece o contexto necessário para a pesquisa, uma vez que a atividade de modelagem matemática foi desenvolvida de modo a suscitar a produção de um modelo matemático para a confecção de pulseiras de miçangas, uma estrutura matemática que revela padrões e regularidades da situação sob investigação a partir das características observadas.

Nesse contexto, com a atividade proposta tivemos a intenção de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que pesquisas como a de Van de Walle (2009) sinalizam que o pensamento algébrico² é intrínseco à capacidade de observar e identificar regularidades existentes em determinadas situações do cotidiano, levando-nos a fazer generalizações e utilizá-las em outras situações.

Discorreremos inicialmente sobre atividades de Modelagem Matemática orientadas pelos princípios da teoria *Model-ElicitingActivities* (MEAs), em seguida apresentamos uma abordagem sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, descrevemos o contexto e os aspectos metodológicos da pesquisa e, por fim, apresentamos a análise da atividade e os resultados à luz de nossos interesses de pesquisa.

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DAS MEAS

A Modelagem Matemática é abordada na literatura, frequentemente, como alternativa ou estratégia para o ensino e a aprendizagem da Matemática (BASSANEZI, 2002; FERRUZZI, 2003; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; TORTOLA, 2012; 2016).

Podemos considerar a Modelagem Matemática “uma prática alternativa às práticas habituais de sala de aula, que leva os alunos, sob a orientação do professor, a problematizar situações reais e a pensar e discutir meios, fundamentados na matemática, de solucionar problemas” (TORTOLA, 2016, p. 45).

Dessa forma, a implementação da Modelagem Matemática na Educação Infantil vem ao encontro das orientações e documentos curriculares que sugerem que os alunos, desde cedo, sejam desafiados a refletir e a resolver situações reais, “tais como a escolha das brincadeiras, dos materiais e dos ambientes, desenvolvendo diferentes linguagens e elaborando conhecimentos, decidindo e se posicionando” (BRASIL, 2018, p. 38).

²Segundo Lins (1992) o pensamento algébrico é compreendido como um meio de produção de significados, e a álgebra, um conteúdo que faz sentido a partir desse pensamento.

A obtenção de um modelo matemático é parte do encaminhamento de uma atividade de modelagem. Um modelo matemático é um sistema de elementos, operações, relações e regras que pode ser usado para descrever, explicar ou prever o comportamento de algum outro sistema familiar (DOERR, ENGLISH, 2003) e, para tanto, se apresenta como um “sistema conceitual, descritivo e explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Existem várias maneiras de se produzir um modelo matemático a partir de um problema enunciado, em geral, essas diferentes maneiras são ilustradas na literatura por ciclos e/ou princípios de Modelagem Matemática. Nesses ciclos e princípios as interpretações, descrições, conjecturas, explicações e justificativas são iterativamente refinadas e reconstruídas pelo aluno, constituindo-se em ações fundamentais para aprender Matemática (DOERR, ENGLISH, 2003).

Existem autores que definem alguns princípios para orientar o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, particularmente a produção de modelos. As MEAs constituem-se de uma estrutura que uma pessoa ou um grupo utiliza para encontrar um modelo matemático que contempla o mundo real, dessa forma os alunos vão investigar, analisar, desenvolver modelos que sejam apropriados ao problema estudado (HAMILTON, et al., 2008).

As MEAs são delineadas com base em seis princípios que orientam a produção, interpretação e análise de modelos matemáticos, conforme Lesh, et al. (2000). O Quadro 1 apresenta esses princípios.

Quadro 1 – Princípios orientadores de elicitação de modelos matemáticos

Princípio	Descrição
Construção do modelo	Garante que a atividade requer a construção de uma descrição explícita, explicação ou procedimento para uma situação matematicamente significativa.
Generalização	Também conhecido como o Princípio de Capacidade de Compartilhamento e Reutilização do Modelo. Requer que os alunos produzam soluções compartilháveis e modificáveis para outras situações relacionadas.
Documentação do modelo	Garante que os alunos criem alguma forma de documentação que revelará explicitamente como eles estão pensando sobre a situação-problema.
Realidade	Requer que a atividade seja colocada em um contexto realista e seja projetada para que os alunos possam interpretar a atividade de forma significativa a partir de seus diferentes níveis de habilidade matemática e conhecimento geral.
Autoavaliação	Garante que a atividade contenha critérios que os alunos possam identificar e usar para testar e revisar suas atuais formas de pensar.
Protótipo eficaz	Garante que o modelo produzido será o mais simples possível, mas ainda matematicamente significativo para fins de aprendizagem (ou seja, um protótipo de aprendizagem ou uma “grande ideia” em matemática).

Fonte: Stohlmann e Albarracín (2016) com base em Lesh, et al. (2000)

Os encaminhamentos dados pelos alunos durante a atividade em busca de um modelo matemático podem conduzi-los à produção de uma estrutura matemática progressivamente mais formal e adequada à idade dos alunos, estimulando a iniciação ao pensamento algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005).

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

A ideia de se trabalhar com o pensamento algébrico nas etapas iniciais da Educação Escolar é relativamente recente. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) destaca quatro eixos que devem orientar o trabalho pedagógico envolvendo o pensamento algébrico nos vários níveis de ensino. São eles:

- (1) compreender padrões, relações e funções;
- (2) representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- (3) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e
- (4) analisar a mudança em vários contextos.

Cada nível de ensino deve considerar também aspectos específicos da faixa etária dos alunos e dos conteúdos de outros eixos da Matemática, recebendo adequações de acordo com estas características (NCTM, 2000).

No Brasil, apenas recentemente o pensamento algébrico passou a fazer parte das orientações curriculares em nível nacional. Em 2012 o Ministério da Educação (MEC) publicou um documento sobre os direitos de aprendizagem no Ciclo de Alfabetização (BRASIL, 2012). Segundo esse documento, que é o primeiro a citar o pensamento algébrico como um dos eixos, o conhecimento matemático nos anos iniciais deve ser desenvolvido simultaneamente em cinco eixos estruturantes: (1) Números e Operações; (2) Pensamento Algébrico; (3) Espaço e Forma; (4) Grandezas e Medidas; e (5) Tratamento da Informação. Assim como nas abordagens estrangeiras, o pensamento algébrico no Brasil ainda está fortemente associado com a ideia de sequências e combinações de objetos.

No *8th International Congress on Mathematical Education* (ICME-8) em Sevilha em 1996, Kieran (1996) apud (KIERAN, et al., 2016, p. 9), propôs um modelo de atividade algébrica que serviu alguns anos depois como base para uma definição de pensamento algébrico nas séries iniciais. O pensamento algébrico nos primeiros anos envolve o desenvolvimento de maneiras de pensar (BLANTON; KAPUT, 2011; RADFORD, 2011), mais que a manipulação simbólica, podendo ser desenvolvido através de atividades que solicitem aos alunos analisar

relações entre quantidades, notara formação da estrutura, estudar mudanças, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, comprovar e realizar previsões.

Nesse contexto, argumenta-se que “relações matemáticas, padrões e estruturas aritméticas estão no centro da atividade algébrica inicial” (KIERAN et al., 2016, p. 1). Ou seja, não é necessário *algebrizar*³ certos conteúdos matemáticos para serem suscetíveis de serem ensinados. Além disso, Nacarato e Custódio (2018, p. 17) mencionam como se dá o processo de generalização e formalização com alunos mais novos.

Pela generalização podemos estender o alcance do raciocínio ou da comunicação para além dos casos particulares, identificando o que há de comum entre eles. Essa comunicação pode ser feita por meio de diferentes linguagens: natural, simbólica, gestual. Em estudantes mais novos, os modos como eles expressam a generalidade ou justificam um caso particular precisam ser ouvidos atentamente pelo professor, visto que essa comunicação nem sempre é tão explícita quanto com estudantes de anos mais avançados. A generalização e a formalização podem ocorrer de situações internas (propriamente matemáticas) ou externas à matemática (mas que podem ser modeladas matematicamente).

Desenvolver o pensamento algébrico desde o início da escolarização é, segundo Mason (2007), uma forma de empoderar os alunos e inseri-los na atividade matemática, que pressupõe investigar, levantar hipóteses, questionar, experimentar, testar e validar hipóteses, justificar, ser capaz de expressar oralmente ou por escrito as ideias, argumentar e contra-argumentar. Evidentemente, acreditamos que nessa faixa etária não seja possível trabalhar com as diferentes funções da álgebra, mas qualquer tarefa que constitua a base para processos de generalização já constitui um modo de pensar algebricamente.

Como afirma Van de Walle (2009, p. 287), o pensamento algébrico “envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função”. Para o autor, o pensamento algébrico penetra toda a matemática e faz parte de nosso cotidiano, levando-nos a observar padrões e identificar regularidades que nos permitem fazer generalizações. Dessa forma, ao investigar se alunos da Educação Infantil são capazes de identificar, criar e/ou registrar padrões em atividades de Modelagem Matemática e como o fazem, investigamos também o desenvolvimento do pensamento algébrico nesse contexto, através da percepção de regularidades na sequência em que as miçangas são colocadas em pulseiras.

³Resolver por meio de álgebra.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

A atividade foi desenvolvida em um Centro Municipal de Educação Infantil (CMEI) na cidade de Marilândia do Sul, Paraná, com uma turma de 13 alunos, com idades entre 4 e 5 anos e teve duração de 3 horas-aula. A atividade foi orientada pela professora da turma, primeira autora deste artigo. A fim de preservar os princípios éticos da pesquisa, optamos por manter em sigilo a identidade dos alunos, em conformidade com autorização fornecida pelos pais ou responsáveis. Dessa forma, nos referimos aos alunos utilizando os códigos A1, A2, ..., A13 e à professora o código P.

Com o intuito de investigar se alunos da Educação Infantil são capazes de identificar, criar e/ou registrar padrões em atividades de modelagem matemática e como o fazem, realizamos uma pesquisa de abordagem qualitativa, que de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 68), tem em sua natureza cinco características.

(1) a fonte directa dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados; (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo; (3) os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva; e (5) o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Os dados foram coletados por meio de gravações em áudio, vídeo e imagens e incluem os registros escritos produzidos pelos alunos. O tema diz respeito à confecção de pulseiras utilizando miçangas, devido a ser uma atividade que com frequência está entre as brincadeiras dessas crianças. O tema foi proposto pela professora a partir de sua percepção do interesse dos alunos pelo assunto. A atividade teve início com a discussão da parte estética de duas pulseiras produzidas pela professora e desencadeou em uma análise sobre qual padrão a professora utilizou para criar aquelas pulseiras. A partir dessa análise os alunos criaram suas próprias pulseiras e registraram suas criações por meio de colagens. A Figura 1 mostra os alunos em grupo analisando as pulseiras confeccionadas pela professora.

Figura 1 – Discussão inicial: pulseiras confeccionadas pela professora



Fonte: Dos autores.

A análise da atividade de Modelagem Matemática foi orientada pelos seis princípios elencados por Lesh, et al. (2000), pois segue o *design* das MEAs, e por considerações teóricas a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico.

ANÁLISE DA ATIVIDADE “CONFECCÃO DE PULSEIRAS”

Os alunos foram questionados inicialmente se já haviam feito pulseiras de miçangas. Uma aluna se manifestou mostrando para a classe a pulseira que ela havia confeccionado. Essa conversa foi proposta para situar a atividade conforme orienta o “princípio da realidade”. Os alunos compararam as pulseiras apresentadas pela professora e pela colega, situando a atividade em um contexto realista (LESH, et al., 2000), ou seja, os alunos interpretaram a atividade de forma significativa.

Analisando as pulseiras apresentadas pela professora, os alunos deveriam observar como foram construídas. Diante disso, os alunos começaram a identificar regularidades como mostra o diálogo a seguir:

A3:Essa pulseira é vermelha e verde!

A1:Da cor da melancia.

A5:**Depois do vermelho vem o verde.**

P:Por quê? O que estava acontecendo?

A8:Era vermelho e verde. É colorido.

P: O que mais podemos observar nessa pulseira?

A8: Ela é bonita.

A3:**Vermelho, verde, vermelho, verde...** Tem duas cor(es).

P:E o que acontece com essas cores?

A5: **Repete(m).**

P: Repetem o que?

A4: As cores. Verde e vermelho.

Todos os alunos conseguiram identificar o padrão, observaram as cores que estavam se repetindo e a frequência com que elas se repetiam, o que nos aponta os primeiros indícios de que as crianças são sim capazes de identificar regularidades e, inclusive, descrevê-las, como mostram as falas de A3 e A5, destacadas no diálogo. Chamamos outras crianças para certificarmos se compreenderam o solicitado, ou seja, se haviam compreendido como a pulseira foi construída, e perguntamos: caso optássemos por continuar a pulseira, deixando-a maior, como se fossemos formar um colar, por exemplo, quais seriam as próximas miçangas a serem colocadas? Os alunos conseguiram continuar a sequência de forma correta e sem dificuldades.

Essa identificação pelos alunos do padrão nos sugere indícios de pensamento algébrico, que segundo Oliveira e Laudares (2015, p. 6) “está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas”, uma vez que os alunos além de identificar as cores que estavam se repetindo e como, conseguiram dar continuidade à pulseira, segundo o padrão identificado: uma conta verde, uma conta vermelha, uma conta verde, uma conta vermelha, e assim por diante.

Essas primeiras discussões foram intencionais, para auxiliar no prosseguimento da atividade, que sugere a “construção de um modelo matemático” para a produção de pulseiras. Elas nos mostraram que após a identificação das regularidades, os alunos são capazes de fazer previsões e segui-las, mas uma questão ainda pertinente é como registrá-las?

Em um segundo momento foi proposto aos alunos que se organizassem em pequenos grupos, com três ou quatro integrantes, para criarem suas próprias pulseiras, levando-os a pensar em maneiras de “documentar” essa ação, para verificarmos como os alunos estavam pensando e analisando aquela situação. Foram disponibilizadas três cores de miçangas para cada grupo, destacando que deveriam considerar na criação da pulseira, sua estética. Em momento algum dissemos que eles deveriam usar as três cores, assim tivemos alunos que optaram por utilizar apenas uma ou duas cores e outros utilizaram as três cores.

Na Educação Infantil a utilização dos materiais manipulativos no ensino da matemática oferece uma série de vantagens para a aprendizagem das crianças. Podemos destacar que:

- a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da Matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas (SARMENTO, 2012, p.4).

Nesse contexto, os materiais manipulativos auxiliam na formação de conceitos, e é essencial nesse nível de escolarização. E considerar essa manipulação foi favorável ao

desenvolvimento da atividade, pois os alunos puderam pegar as miçangas, montar as pulseiras, testá-las e modificá-las, conforme seus interesses. Acompanhamos as crianças trabalhando nos pequenos grupos, observamos como explicavam suas criações/composições, a estrutura da sequência que haviam pensado, ou seja, como decorria o princípio de construção do modelo. Realizamos ao longo dessa tarefa vários questionamentos que certificaram a capacidade de identificação dos padrões nas sequências que criavam. O aluno A1, por exemplo, na confecção de sua pulseira determinou que iria montar “azul e vermelho até terminar o fio e depois do azul é o vermelho”.

A atividade foi desenvolvida sob a orientação da professora que ao realizar os questionamentos provocava a “autoavaliação” conforme os critérios que haviam estabelecido para a criação de suas pulseiras, possibilitando identificar e revisar tais critérios, ou seja, suas formas de pensar. A Figura 2 ilustra uma situação em que houve uma intervenção da professora nesse sentido, pois dois alunos continuaram a sequência de suas pulseiras esquecendo de intercalar uma das contas, mas após o questionamento identificaram o erro na sequência, revisaram o padrão que haviam estabelecido e corrigiram a ordem das cores para dar sequência na confecção da pulseira.

Figura 2 – Autoavaliação do padrão escolhido para pulseira



Fonte: Dos autores.

Em conformidade com Mason (2007), consideramos que a atividade proposta constituiu uma base para processos de generalização, à medida que mobilizou modos de pensar algebricamente nos estudantes envolvidos, entendendo que a atividade pressupôs: investigar, levantar hipóteses, questionar, experimentar, testar, ser capaz de expressar oralmente, argumentar e contra-argumentar. A Figura 3 nos dá indícios de que as produções dos alunos atendem aos modos de pensar algebricamente, adequado à idade deles, como mencionado nas pesquisas de Blanton e Kaput (2005), uma vez que conseguiram determinar uma regra para

montar a estrutura da pulseira e segui-la, nos casos apresentados, duas missangas de uma cor, depois duas de outra cor e repete-se essas quantidades e cores nessa ordem.

Figura 3 - Alunos produzindo a pulseira definida pelos seus próprios critérios



Fonte: Dos autores.

Nos chamou atenção, a aluna A6 que criou sua pulseira utilizando uma sequência constante, na cor rosa. Ao ser questionada sobre o critério utilizado para criar sua pulseira, ela declarou: “não quero misturar, vai ficar mais **bonita** só rosa”. A pulseira seguiu o critério estabelecido pela aluna, aliando a cor de sua preferência com a estética mencionada pela professora no início da atividade. A Figura 4 ilustra a produção dessa aluna.

Figura 4 - Pulseira utilizando uma sequência constante



Fonte: Dos autores.

Em um terceiro momento os alunos tiveram a oportunidade de documentar seu modelo matemático. Até então, com base em Lesh, et al. (2000), os alunos agiram conforme o princípio de construção do modelo, ou seja, eles descreveram e explicaram usando sequências a criação de suas pulseiras, todavia, é importante que documentem essas descrições e explicações, de modo a ficar claro e explícito o modo como pensaram a confecção das pulseiras. Para isso, a professora solicitou que os alunos indicassem as miçangas por meio de círculos feitos de EVA com as mesmas cores das miçangas utilizadas pelos grupos na construção das pulseiras. Esse

encaminhamento conduziu os alunos a repensarem e a reavaliarem a estrutura matemática presente na sequência criada por eles, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Modelos Matemáticos da confecção das pulseiras



Fonte: Dos autores.

As produções resultantes da colagem feita pelos alunos com os círculos em EVA podem ser consideradas como modelos matemáticos para a confecção de suas pulseiras. Cada pulseira tem seu modelo, ou seja, cada colagem revela uma sequência, uma ordem de colocar as miçangas na pulseira. Os modelos matemáticos produzidos vêm ao encontro das colocações de Tortola (2016) quanto às particularidades das estruturas que constituem modelos matemáticos nos primeiros anos escolares, ou seja, na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, isto é, os alunos não precisaram de fórmulas ou equações, mas usaram artifícios que são comuns às suas práticas diárias para registrarem suas ideias relativas à confecção das pulseiras.

Isso nos leva a crer que os modelos matemáticos apresentados pelos alunos atendem ao “princípio do protótipo eficaz”, uma vez além de usar artifícios condizentes com sua idade para apresentarem ideias originais e sofisticadas, conforme caracteriza Fox (2006), eles oportunizam discutir matematicamente os conceitos envolvidos, mostrando-se significativos para fins de aprendizagem (LESH, et al., 2000).

Ao final da atividade os alunos socializaram suas produções/criações, através da apresentação para os demais colegas da turma. Esse momento foi muito rico, dando indícios do “princípio da generalização do modelo”, pois permitiu que os alunos conseguissem observar sequências semelhantes ou diferentes às utilizadas por seu grupo, que comunicassem as regularidades apresentadas, ou que contra argumentassem algum padrão incorreto. Vale ressaltar que alguns alunos apresentaram dificuldades em seguir na colagem o mesmo padrão utilizado na pulseira, no entanto, todos tiveram êxito na comunicação do padrão escolhido, como mostra o diálogo a seguir.

P: Como que você construiu sua pulseira?

Al: Com **vermelho e branco**.

P: A sua pulseira ficou igual a sua colagem?

Al: Não. A minha pulseira tem vermelho e branco e aqui (mostrando a representação no papel) **tem muito branco**.

P: Ficou igual?

Al: **Ficou diferente**.

Esse diálogo confirma a importância de explorar a comunicação através de diferentes linguagens: natural, simbólica, gestual (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018), uma vez que nesse momento o aluno conseguiu comunicar suas intenções e perceber / corrigir seu erro, como sugere o princípio da autoavaliação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O professor da Educação Infantil deve proporcionar aos alunos condições para que aprendam em situações nas quais possam desempenhar um papel ativo, em ambientes que as convidem a vivenciar desafios, que as façam se sentir provocadas, nos quais possam construir significados sobre si, sobre os outros e sobre o mundo social e natural (BRASIL, 2018). O desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática mostra-se como uma possibilidade para atender a essa demanda.

A atividade sobre a confecção de pulseiras, proposta aos alunos da Educação Infantil, foi analisada sob três aspectos: se os alunos são capazes de identificar, criar e/ou registrar padrões e como o fizeram.

Com relação ao primeiro, observamos que os alunos comunicaram a identificação de padrões através da oralidade, compreendendo a maneira como as sequências de miçangas das pulseiras se repetiam, tanto as apresentadas pela professora, quanto as produzidas pelos colegas. Essa identificação ficou evidente quando os alunos além de descrever o padrão observado, fizeram previsões em relação a como continuar a sequência de miçangas.

Em relação ao segundo aspecto, criação de padrões, observamos que as pulseiras confeccionadas seguem um padrão próprio, ou seja, a partir de uma sequência de miçangas criada de acordo com a preferência de cada aluno. Alguns optaram por manter apenas uma cor, como a pulseira rosa (Figura 4), outros optaram por intercalar duas ou três cores variando o padrão, ora uma miçanga de uma cor, uma miçanga de outra cor, ora uma miçanga de uma cor, duas de outra cor (Figura 5).

Por fim, em relação ao terceiro aspecto investigado, registro de padrões, observamos que os alunos, sob a orientação da professora, utilizaram material manipulável, EVA, para

documentarem seus modelos matemáticos, ou seja, para registrarem a forma como pensaram suas sequências de miçangas. Os alunos usaram para registro do padrão artifícios que são condizentes com sua idade. O uso da oralidade, a expressão por meio de gestos, a recorrência a recursos visuais como desenhos, pinturas, colagens, etc. são exemplos de artifícios que podem ser utilizados por alunos dessa faixa etária para a produção de seus modelos matemáticos.

A análise dos três aspectos corroboram com as colocações de Van de Walle (2009) ao afirmar que o pensamento algébrico permeia toda a matemática e faz parte de diversas situações de nosso cotidiano, uma vez que decorre da capacidade de prestar atenção, observar regularidades e fazer generalizações, características que podem ser observadas na análise dos três aspectos mencionados, identificação, criação e registro de padrões.

Além do desenvolvimento do pensamento algébrico, a atividade de modelagem matemática levou os alunos a engajarem-se na resolução do problema, tomarem decisões de forma autônoma, realizarem ações por iniciativa própria, pensarem e avaliarem suas escolhas durante o registro e socializarem suas criações, ações que são sugeridas por documentos curriculares oficiais (BRASIL, 2018). A realização de atividades como essa, que envolvem a investigação de padrões, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, constitui, segundo Mason (2007), uma forma de empoderar os alunos e inseri-los na atividade matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R.C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-446, 2005.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In: CAI, J.; KNUTH, E.(Eds.). **Early algebraization**, Berlin: Springer, p.5-23, 2011.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Elementos Conceituais e Metodológicos para os Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, 2012.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <<https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/70320/65.pdf>>. Acesso em: 05 de Ago. 2019

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC versão final**. Brasília, DF, 2018.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

FERRUZZI, E. C. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**. Dissertação - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003. Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Miriam Buss Gonçalves.

GRANDO, R. C.; MOREIRA, K. G. Como crianças tão pequenas, cuja maioria não sabe ler nem escrever, podem resolver problemas de Matemática?. In: CARVALHO, M; BAIRRAL, M. A.. (Org.). **Matemática e Educação Infantil: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas**. Ied. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2012, v. 1, p. 121-143.

HAMILTON, E.; LESH, R.; LESTER, F.; BRILLESLYPER, M. Model-eliciting activities (MEAs) as a bridge between engineering education research and mathematics education research. **Advances in Engineering Education**, Washington, v. 1, n. 2, p. 1-25, 2008.

LESH, R.; HOOVER, M.; HOLE, B.; KELLY, A.; POST, T. Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. In: KELLY, A. E.; LESH, R. A.(Eds.). **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education**. Mahwah: Routledge, 2000. p. 591-646.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. PhD thesis, University of Nottingham, United Kingdom, 1992. Disponível em: <<http://eprints.nottingham.ac.uk/13227/1/316414.pdf>> Acesso em: 18 out. 2019.

KIERAN, C. et al., **Early Algebra**, ICME-13 Topical Surveys, 2016, Disponível em: <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-32258-2.pdf>> Acesso em: 21 jul. 2019.

MASON, J. Making use of children' powers to produce algebraic thinking. In KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Eds.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates; NCTM, p. 57-94, 2007.

NACARATO, A. M., CUSTÓDIO, I. A. (Orgs.). **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: <[file:///C:/Users/usuario/Downloads/ebook_desenv%20-%20algebra%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/usuario/Downloads/ebook_desenv%20-%20algebra%20(1).pdf)> Acesso em: 22 jul. 2019.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento Algébrico: Uma Relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria**. São João del-Rei Minas Gerais, 2015.

RADFORD, L. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.). **Early algebraization**, Berlin: Springer, p. 303-322, 2011.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática**. Universidade Federal do Piauí. 2012. Disponível em: <<http://docplayer.com.br/10323217-A-utilizacao-dos-materiais-manipulativos-nas-aulas-de-matematica.html>>. Acesso em: 20 jul. 2019.



STOHLMANN, M.; ALBARRACIN, L. What is known about elementary grades mathematical modelling. **Education Research International**, London, v. 1, n. 9, 2016.

<http://dx.doi.org/10.1155/2016/5240683>

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.